

# ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ ОГИБАЮЩАЯ, ХАРАКТЕРИСТИКА, РЕБРО ВОЗВРАТА СЕМЕЙСТВА ПОВЕРХНОСТЕЙ

ШИМАНЧУК Дмитрий Викторович  
d.shimanchuk@spbu.ru

Санкт-Петербургский государственный университет  
Факультет прикладной математики – процессов управления

Санкт-Петербург – 2020 г.

# Огибающая, характеристика, ребро возврата семейства поверхностей I

Пусть  $F(x, y, z, C) = 0$  — однопараметрическое семейство гладких поверхностей, где  $C$  — параметр.

Гладкая поверхность называется *оггибающей* семейства, если она в каждой точке касается хотя бы одной поверхности семейства, а каждым своим куском бесконечного числа поверхностей указанного семейства.

## Огибающая, характеристика, ребро возврата семейства поверхностей II

### Замечание

Если семейство поверхностей допускает огибающую, то ее уравнение определяется из системы

$$\begin{cases} F(x, y, z, C) = 0, \\ F_C(x, y, z, C) = 0. \end{cases}$$

Исключив параметр из данных соотношений, получим уравнение *дискриминантной поверхности*

Каждая точка дискриминантной поверхности, в которой

$$F_x^2 + F_y^2 + F_z^2 \neq 0$$

является точкой *огибающей*.

# Огибающая, характеристика, ребро возврата семейства поверхностей III

## Определение

Если огибающая существует, то она касается каждой фиксированной поверхности семейства вдоль линии, которая называется *характеристикой* этого семейства.

## Определение

Характеристики, образуют на огибающей поверхности однопараметрическое семейство линий. Если семейство допускает огибающую, то она называется *ребром возврата* данного семейства поверхностей.

Ребро возврата удовлетворяет системе уравнений

$$\begin{cases} F(x, y, z, C) = 0, \\ F_C(x, y, z, C) = 0, \\ F_{CC}(x, y, z, C) = 0. \end{cases}$$