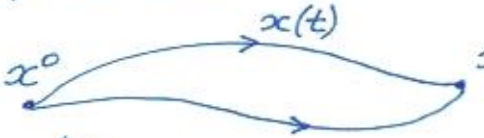
Принцип максимума (в з-че об оптим. быстродействии)

$x \in R^n$, $u \in U \subset R^r$, U - комп.

$$\begin{cases} \dfrac{dx_i}{dt} = \dot{x}_i = f_i(x,u) \\ i = \overline{1,n} \end{cases} \quad \text{или} \quad \dot{x} = f(x,u) \qquad (1)$$

f_i непр. по x и u, непр-диф. по x; $u = u(t)$ - кусочно-непр.



$x(t_0) = x^0$
$x(t_1) = x^1$

$$J = \int_{t_0}^{t_1} f_0(x(t), u(t))\, dt \longrightarrow \min_u \qquad (2)$$

з-ча оптим. упр.

$$J = t_1 - t_0 \longrightarrow \min_u \qquad (3)$$

з-ча об оптим. быстродействии

$\psi = (\psi_1, \dots, \psi_n)$ - сопряжённые перем.

$$H(\psi, x, u) = \sum_{i=1}^{n} \psi_i \cdot f_i(x,u) \quad \text{- гамильтониан}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_i = \dfrac{\partial H}{\partial \psi_i}, \; i = \overline{1,n} & (1) \\ \dot{\psi}_i = -\dfrac{\partial H}{\partial x_i}, \; i = \overline{1,n} & (4) \end{cases} \quad \text{- гамильтонова система}$$

th (принцип max). Пусть $u(t)$ - доп. упр-е : $x^0 \to x^1$,
$x(t)$ - соотв. траектория, $x(t_0) = x^0$, $x(t_1) = x^1$.
Если $u(t)$ и $x(t)$ оптимальны по быстродействию, то
$\exists$ ненулев. непр. $\psi(t)$, удовл. (4) :

- $\forall t \in [t_0, t_1]$ $\quad H(\psi(t), x(t), u(t)) = \sup\limits_{u \in U} H(\psi(t), x(t), u) \qquad (5)$

- в момент t_1 этот $\sup \geq 0 \qquad (6)$