

$$\begin{cases} f(x) = f(x_1, \dots, x_n) \rightarrow \max/\min \\ h_i(x) = 0, i = \overline{1, m}; m < n \end{cases} \quad (2) \quad \begin{array}{l} \text{ЗНП с} \\ \text{ограничениями -} \\ \text{уравнениями} \end{array}$$

$$\mathcal{L}(x, \lambda) = f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \cdot h_i(x) \quad - \text{классич. ф. Лагранжа}$$

th 1 (НУ-1). x^* - (·) регулярного ЛОК. усл. экстремума в (2)

$$\Rightarrow \exists \lambda_1^*, \dots, \lambda_m^* :$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cdot \frac{\partial \mathcal{L}(x^*, \lambda^*)}{\partial x_i} = 0, i = \overline{1, n} \text{ или } \text{grad}_x \mathcal{L}(x^*, \lambda^*) = \vec{0} \quad (3) \\ \cdot h_i(x^*) = 0, i = \overline{1, m} \quad (4) \end{array} \right.$$

th 2 (НУ-2). x^* - (·) р.л.у. $\min[\max]$, и (x^*, λ^*) - реш. $\left\{ \begin{array}{l} (3) \\ (4) \end{array} \right.$

$$\Rightarrow d^2 \mathcal{L}(x^*, \lambda^*) \geq 0 \quad [\leq 0] \text{ для всех ненулевых } dx \in \mathbb{R}^n \text{ таких, что:}$$

$$dh_j(x^*) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial h_j(x^*)}{\partial x_i} \cdot dx_i = 0, j = \overline{1, m} \quad (5)$$

th 3 (ДУ-2). (x^*, λ^*) - решение $\left\{ \begin{array}{l} (3) \\ (4) \end{array} \right.$ и

$$d^2 \mathcal{L}(x^*, \lambda^*) > 0 \quad [< 0] \text{ для всех ненулевых } dx \in \mathbb{R}^n, \text{ удовл. (5).}$$

$$\Rightarrow x^* \text{ - (·) р.л.у. } \min[\max] \text{ в (2)}$$

Алгоритм:

1 $\mathcal{L}(x, \lambda)$ 2 НУ-1: $\left\{ \begin{array}{l} (3) \\ (4) \end{array} \right.$ 3 решить $\left\{ \begin{array}{l} (3) \\ (4) \end{array} \right.$ \Rightarrow условно-стаб. (·) (x^*, λ^*)

4 Проверить ДУ-2 в (·) (x^*, λ^*) :

4a $d^2 \mathcal{L}(x^*, \lambda^*)$ 4б с-ма (5) в (·) x^*

4в из (5) выразить m дифференциалов dx_i через остальные $(n-m)$, подставить в $d^2 \mathcal{L}(x^*, \lambda^*)$

4г $d^2 \mathcal{L}(x^*, \lambda^*) > 0 \quad [< 0] \Rightarrow \min[\max]$

4д если ДУ-2 не выполнены, проверить НУ-2:

• если НУ-2 НЕ выполнены \Rightarrow НЕТ экстр
• если НУ-2 выполнены \Rightarrow доп. иссл.

5 Найти $f(x^*)$ в (·) усл. экстр.