

Матричные игры

$$G = (X, Y, K(\cdot)) = G_A, \quad A = (\alpha_{ij})_{[m \times n]}$$

$$\underline{\sigma} = \max_{x \in X} \min_{y \in Y} K(x, y) = \max_i \min_j \alpha_{ij} \quad - \text{нижн. знач.}$$

$$\bar{\sigma} = \min_{y \in Y} \max_{x \in X} K(x, y) = \min_j \max_i \alpha_{ij} \quad - \text{верхн. знач.}$$

Св-во: $\underline{\sigma} \leq \bar{\sigma}$

• NE в матр. игре (седловые точки) - (\bar{x}, \bar{y}) :

$$\forall x \in X \quad K(x, \bar{y}) \leq K(\bar{x}, \bar{y}) \leq K(\bar{x}, y) \quad \forall y \in Y$$

Св-во [эквив. и взаимоземлемость оптим. стратегий] в играх с седловой (\cdot)

$$(\bar{x}, \bar{y}) \text{ и } (x^*, y^*) - NE(G) \Rightarrow$$

$$1) (\bar{x}, y^*) \text{ и } (x^*, \bar{y}) - \text{также NE}$$

$$2) K(\bar{x}, \bar{y}) = K(x^*, y^*) = K(\bar{x}, y^*) = K(x^*, \bar{y}) = \sigma$$

Св-во [связь между принципом $\max \min / \min \max$ и NE в матр. игре]

$$\exists NE \text{ в } G = (X, Y, K(\cdot)) \Leftrightarrow \underline{\sigma} = \max_x \min_y K(x, y) = \min_y \max_x K(x, y) = \bar{\sigma}$$

\bar{x} и \bar{y} - максиминные и минимаксные стратегии соотв.

$$K(\bar{x}, \bar{y}) \geq \min_y K(\bar{x}, y) = \max_x \min_y K(x, y) = \underline{\sigma} \quad \left| \Rightarrow " = "$$

$$K(\bar{x}, \bar{y}) \leq \max_x K(x, \bar{y}) = \min_y \max_x K(x, y) = \bar{\sigma} \quad \left| \Rightarrow " = "$$

$$K(\bar{x}, \bar{y}) = \min_y K(\bar{x}, y) \leq K(\bar{x}, y) \quad \forall y \in Y \quad \left| \Rightarrow (\bar{x}, \bar{y}) \in NE(G)$$

$$K(\bar{x}, \bar{y}) = \max_x K(x, \bar{y}) \geq K(x, \bar{y}) \quad \forall x \in X$$