ТЕМА 7. Модели межотраслевого баланса и макроэкономической динамики

Цель и задачи

Цель темы 7 — представить простейшие экономико-математические модели межотраслевого баланса и макроэкономической динамики.

Задачи контента темы 7:

- Представить в формализованном виде модель Леонтьева многоотраслевой экономики.
- Привести критерии продуктивности технологической матрицы.
- Рассмотреть пример исследования балансовой межотраслевой таблицы.
- Представить в формализованном виде линейную модель международной торговли.
- Вывести соотношения модели Солоу макроэкономической динамики (в абсолютных и относительных показателях).
- Обсудить особенности стационарного режима в модели Солоу.

Оглавление

§ 7.1 Представление о модели Леонтьева многоотраслевой экономики

В процессе функционирования многоотраслевого хозяйства каждая отрасль выступает, с одной стороны, как производитель некоторой продукции, а, с другой стороны, как потребитель продукции, произведенной всеми отраслями. При этом возникает естественный вопрос: каким должен быть объем производства каждой из отраслей, входящих в систему, чтобы удовлетворить все потребности в продукции этой отрасли. Исследованием данного вопроса занимается *балансовый анализ*. Впервые эта проблема была сформулирована в виде математической модели в трудах американского экономиста В. Леонтьева в 1936 г.

Пусть имеется n отраслей промышленности, каждая из которых производит свой однородный продукт, причем разные отрасли производят разные продукты. В процессе производства каждая отрасль нуждается в потреблении продукции других отраслей. Результаты экономической деятельности в сфере производства за определенный промежуток времени (так называемый хозяйственный год) наглядно представляются в балансовой межотраслевой таблице (см., например, рис. 7.1.1), которая содержит величины валовых выпусков каждой из отраслей, поставок продукции одной отрасли в другую, а также количество продукции каждой из отраслей, предназначенной для непроизводственного потребления.

Введем следующие переменные (измеряемые в стоимостном выражении):

x_i — общий объем продукции i-ой отрасли (валовой выпуск), $i = 1, \ldots n$;

x_{ij} — объем продукции i-ой отрасли, потребляемый j-ой отраслью при ее валовом выпуске x_j;

y_i — объем продукции i-ой отрасли, предназначенный для непроизводственного потребления (конечный продукт).

Балансовый принцип связи различных отраслей промышленности состоит в том, что валовой выпуск i-ой отрасли должен быть равен сумме объемов потребления в производственной и непроизводственной сферах. В условиях так называемой гипотезы линейности *балансовые соотношения* имеют вид:

$$x_i = \sum_{j=1}^{n} x_{ij} + y_i,\ i = 1 \ldots n. \tag{7.1.1}$$

Изучая балансовые таблицы, В. Леонтьев заметил, что отношения $\dfrac{x_{ij}}{x_j}$, при фиксированных i, j, остаются примерно одинаковыми на протяжении определенного промежутка времени. С экономической точки зрения этот важный факт можно объяснить, в частности, примерным постоянством технологии производства, используемой в данный период.

Таким образом, можно считать, что

$$x_{ij} = a_{ij} \cdot x_j,\ i = 1, \ldots, n, \tag{7.1.2}$$

где a_{ij} — постоянные нормы затрат продукции i-ой отрасли на выпуск единицы продукции j-ой отрасли, так называемые *технологические коэффициенты.*

Итак, с учетом (7.1.2) соотношения баланса принимают вид:

$$x_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j + y_i,\ i = 1 \dots n, \tag{7.1.3}$$

или, в виде системы уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{ccccccccc} x_1 & = & a_{11}x_1 & + & \dots & + & a_{1n}x_n & + & y_1 \\ x_2 & = & a_{21}x_1 & + & \dots & + & a_{2n}x_n & + & y_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_n & = & a_{n1}x_1 & + & \dots & + & a_{nn}x_n & + & y_n \end{array} \right. \tag{7.1.4}$$

Введем следующие обозначения:

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}, \tag{7.1.5}$$

где x — вектор валового выпуска, y — вектор конечного продукта, A — *матрица прямых затрат* (*технологическая* или *структурная матрица*). Тогда систему (7.1.4) можно записать в матричном виде:

$$x = Ax + y. \tag{7.1.6}$$

Это соотношение принято называть *уравнением межотраслевого баланса.*

Уравнение межотраслевого баланса можно использовать в двух целях. Первой целью является отыскание вектора конечного потребления y при известном векторе валового выпуска x. Решение этой задачи тривиально. Второй (и основной) задачей межотраслевого баланса является планирование валового выпуска x по заданным показателям конечного потребления. Для этого необходимо решать систему линейных уравнений (7.1.6) с известной матрицей A и заданными векторами y (обычно рассматривают не единственный вектор конечного продукта y, а целое множество допустимых векторов, например, $y \in R^n_+$). Рассмотрим далее подробно именно эту задачу.

<u>Замечание 7.1.1.</u> Из прикладного характера задачи вытекает неотрицательность элементов матрица A и векторов x и y.

Матрица A, все элементы которой неотрицательны, называется *продуктивной*, если для любого вектора y с неотрицательными компонентами существует решение уравнения (7.1.6) — вектор x, все элементы которого также неотрицательны. В этом случае и модель Леонтьева называется продуктивной.

Перепишем систему (7.1.6) в виде:

$$(E - A)x = y. \tag{7.1.7}$$

Матрица $(E - A)^{-1}$ называется *матрицей полных затрат.*

Существует несколько *критериев продуктивности* матрицы A. Приведем некоторые из них:

1. Если для матрицы A с неотрицательными компонентами и некоторого вектора y с неотрицательными компонентами уравнение (7.1.6) имеет решение x с неотрицательными компонентами, то матрица A — продуктивна.

2. Матрица A продуктивна тогда и только тогда, когда матрица $(E-A)^{-1}$ существует и ее элементы неотрицательны.

3. Матрица A с неотрицательными элементами продуктивна, если сумма всех элементов в любом ее столбце (строке) не превосходит единицы:

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} \le 1,\ j = 1, \ldots, n,\ \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \le 1,\ i = 1, \ldots, n \tag{7.1.8}$$

   причем хотя бы для одного столбца (строки) эта сумма строго меньше единицы.

Пример 7.1.1. Таблица на рис. 7.1.1 содержит данные баланса пяти отраслей промышленности за некоторый период. Необходимо построить матрицу коэффициентов прямых затрат и определить, является ли она продуктивной в соответствии с приведенными выше критериями.

N п/п	Отрасль	Потребление x_{ij}					Конечный продукт y_i	Валовой выпуск x_i
		1	2	3	4	5		
1	Станкостроение	15	12	24	23	16	10	100
2	Энергетика	10	3	35	15	7	30	100
3	Машиностроение	10	5	10	10	10	5	50
4	Автомоб. промышл.	10	5	10	5	5	15	50
5	Добыча и перераб. углеводор.	7	15	15	10	3	50	100

Рис. 7.1.1. Балансовая межотраслевая таблица.

По данным таблицы с использованием определения (7.1.2) технологических коээфициентов a_{ij} построим матрицу прямых затрат (7.1.5):

$$A = \begin{pmatrix} 0.15 & 0.12 & 0.48 & 0.46 & 0.16 \\ 0.10 & 0.03 & 0.70 & 0.30 & 0.07 \\ 0.10 & 0.05 & 0.20 & 0.20 & 0.10 \\ 0.10 & 0.05 & 0.20 & 0.10 & 0.05 \\ 0.07 & 0.15 & 0.30 & 0.20 & 0.03 \end{pmatrix}.$$

Все элементы матрицы A положительны, но нетрудно заметить, что их сумма в третьем и четвертом столбцах больше единицы. Следовательно, условия третьего критерия продуктивности не выполняются, и матрица A не является продуктивной. С экономической точки зрения это означает, что внутреннее потребление машиностроительной отрасли, а также автомобильной промышленности слишком велико в соотношении с их валовым выпуском.

§ 7.2 Линейная модель международной торговли

В качестве примера использования собственных чисел и собственных векторов матрицы в экономическом анализе, рассмотрим одну *линейную модель обмена* или *линейную модель международной торговли.*

Пусть имеется n стран $S_1, S_2, \ldots, S_n$, бюджеты которых равны соответственно $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Обозначим через a_{ij} долю бюджета x_j, которую страна S_j тратит на покупку товара у страны S_i. Мы будем предполагать, что речь идет о торговом бюджете, т. е. вся величина x_j тратится на закупку товаров либо внутри страны либо на импорт из других стран. Тогда справедливы n равенств:

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} = 1, \ j = 1, \ldots, n. \tag{7.2.1}$$

Рассмотрим матрицу

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nn} \end{pmatrix},$$

для которой выполнены условия (7.2.1), т. е. сумма элементов в каждом столбце равна 1. Такая матрица называется *структурной матрицей торговли*.

Для каждой страны S_i, $i = 1, \ldots, n$, выручка от внешней и внутренней торговли составит[1]:

$$P_i = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{in}x_n, \ i = 1, \ldots, n.$$

Для сбалансированной (бездефицитной) торговли любой из стран S_i необходимо, чтобы бюджет x_i не превосходил выручки от торговли, т. е. $P_i \geq x_i$, $i = 1, \ldots, n$, или

$$\left\{ \begin{array}{ccccccccc} a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & + & \ldots & + & a_{1n}x_n & \geq & x_1 \\ a_{21}x_1 & + & a_{22}x_2 & + & \ldots & + & a_{2n}x_n & \geq & x_2 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1}x_1 & + & a_{n2}x_2 & + & \ldots & + & a_{nn}x_n & \geq & x_n \end{array} \right. \tag{7.2.2}$$

Сложим все неравенства системы (7.2.2):

$$(a_{11} + a_{21} + \cdots + a_{n1})x_1 + (a_{12} + a_{22} + \cdots + a_{n2})x_2 +$$

$$+ \cdots + (a_{1n} + a_{2n} + \cdots + a_{nn})x_n \geq x_1 + x_2 + \cdots + x_n.$$

Из последнего неравенства с учетом (7.2.1) следует, что все неравенства системы (7.2.2) в действительности являются "связывающими", т. е. выполняются как уравнения:

$$\left\{ \begin{array}{ccccccccc} a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & + & \ldots & + & a_{1n}x_n & = & x_1 \\ a_{21}x_1 & + & a_{22}x_2 & + & \ldots & + & a_{2n}x_n & = & x_2 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1}x_1 & + & a_{n2}x_2 & + & \ldots & + & a_{nn}x_n & = & x_n, \end{array} \right. \tag{7.2.3}$$

или

$$Ax = x, \tag{7.2.4}$$

где $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)^T$ — вектор бюджетов.

Таким образом, собственные векторы структурной матрицы торговли A, отвечающие собственному числу 1, представляют собой наборы допустимых бюджетов стран в условиях сбалансированной (бездефицитной) торговли.

<u>Пример 7.2.1.</u> Пусть структурная матрица торговли трех стран S_1, S_2, S_3 имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,2 & 0,1 \\ 0,4 & 0,4 & 0,3 \\ 0,3 & 0,4 & 0,6 \end{pmatrix}.$$

[1]Какие из слагаемых связаны с доходами от внешней торговли? Как Вы понимаете слагаемое $a_{ii}x_i$?

Определим возможные бюджеты этих стран, удовлетворяющие условию сбалансированной торговли. Для этого найдем множество собственных векторов x, отвечающих собственному числу $\lambda = 1$. Система

$$(A - \lambda E)\, x = \bar{0}.$$

в данном случае выглядит следующим образом:

$$A = \begin{pmatrix} -0,7 & 0,2 & 0,1 \\ 0,4 & -0,6 & 0,3 \\ 0,3 & 0,4 & -0,4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Longleftrightarrow x = c \begin{pmatrix} 0,48 \\ 1 \\ 1,36 \end{pmatrix}, \ c \neq 0.$$

Полученный результат не определяет набор бюджетов единственным образом, но лишь означает, что сбалансированность торговли трех стран достигается при соотношении бюджетов $\frac{12}{25} : 1 : \frac{34}{25}$ (или $12 : 25 : 34$).

Для однозначного определения вектора бюджетов x необходимо ввести дополнительное условие. В частности, можно считать заданной сумму бюджетов всех стран.

Например, найдем вектор бюджетов для примера 7.2.1 при условии, что

$$x_1 + x_2 + x_3 = 7100.$$

Подставив компоненты найденного допустимого вектора бюджетов x в левую часть последнего уравнения, получим значение величины $c = 2500$. Следовательно,

$$x_1 = 1200, \quad x_2 = 2500, \quad x_3 = 3400.$$

§ 7.3 Представление о моделях развития экономики. Модель Солоу

В предыдущих параграфах этой главы были представлены две линейные макроэкономические модели – модель многоотраслевой экономики Леонтьева и линейная модель международной торговли. Между тем, для экономических явлений и процессов, как правило, характерна нелинейность.

Одной из наиболее известных нелинейных динамических моделей макроэкономики является модель Солоу. В односекторной модели Солоу экономическая система рассматривается как единое целое, производит один агрегированный продукт, который может как потребляться, так и инвестироваться. Данная модель в самом общем виде отражает процесс воспроизводства и позволяет в общих чертах анализировать соотношение между потреблением и накоплением. Экспорт и импорт в явном виде не учитываются.

Состояние экономики в модели Солоу задается следующими эндогенными переменными:

- Y – валовый внутренний продукт (выпуск);
- C – фонд непроизводственного потребления;
- I – инвестиции;
- L – число занятых в производстве (труд);
- K – фонды (капитал).

Этим переменным отвечают следующие *удельные показатели* (значения соответствующих переменных в расчете на единицу труда):

- $y = \frac{Y}{L}$ – объем выпуска в расчете на одного занятого в производстве, или производительность труда;
- $c = \frac{C}{L}$;
- $i = \frac{I}{L}$;
- $k = \frac{K}{L}$ – *фондовооруженность* (или *капиталовооруженность*).

Кроме того, в модели используются следующие экзогенные параметры:

- ν – годовой темп прироста числа занятых $(-1 < \nu < 1)$;
- μ – доля выбывших за год основных производственных фондов $(0 < \mu < 1)$;
- ρ – норма накопления (доля валовых инвестиций в валовом внутреннем продукте, $0 < \rho < 1$).

Предполагается, что эндогенные переменные зависят от времени t, которое считается непрерывным и измеряется в годах. Экзогенные переменные считаются постоянными, причем норма накопления ρ выступает в роли управляющего параметра (то есть в начальный момент времени может устанавливаться на любом уровне из области допустимых значений).

Технология производства представлена (в каждый момент времени) линейно-однородной *"неоклассической" производственной функцией* $Y = F(K, L)$, удовлетворяющей условиям:

- $F(0, L) = F(K, 0) = 0$;
- $\frac{\partial F}{\partial K} > 0, \frac{\partial F}{\partial L} > 0$;

- $\frac{\partial^2 F}{\partial K^2} < 0, \frac{\partial^2 F}{\partial L^2} < 0$;
- $F(+\infty, L) = F(K, +\infty) = +\infty$.

Отметим, что, в частности, производственная функция Кобба-Дугласа вида $Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}$ удовлетворяет всем этим условиям и, следовательно, является неоклассической.

Запишем, как изменятся переменные модели за небольшой промежуток времени Δt:

$$\frac{\Delta L}{L} = \nu \cdot \Delta t.$$

Из данной связи приращений, устремляя Δt к нулю, получим следующее дифференциальное уравнение:

$$L' = \frac{dL}{dt} = \nu L. \tag{7.3.1}$$

Интегрируя дифференциальное уравнение (7.3.1) на промежутке времени $[0, t]$, получим:

$$L = L(t) = L_0 e^{\nu t}, \tag{7.3.2}$$

где $L_0 = L(0)$ – начальное число занятых в производстве.

Износ основных производственных фондов и инвестиции в расчете на год равны μK и I соответственно, а за время Δt – $\mu K \Delta t$ и $I \Delta t$. Поэтому прирост фондов K за время Δt составит

$$\Delta K = -\mu K \Delta t + I \Delta t.$$

Из последней связи приращений, устремляя Δt к нулю, получим следующее дифференциальное уравнение:

$$K' = \frac{dK}{dt} = -\mu K + I \tag{7.3.3}$$

Инвестиции I и фонд непроизводственного потребления C выражаются через ВВП Y понятным образом:

$$I = \rho Y,\ C = (1 - \rho) Y \tag{7.3.4}$$

Таким образом, можно записать *соотношения модели Солоу в абсолютных показателях*:

$$\begin{cases} L = L_0 e^{\nu t} \\ \frac{dK}{dt} = -\mu K + \rho Y, K(0) = K_0 \\ Y = F(K, L) \\ I = \rho Y \\ C = (1 - \rho) Y \end{cases} \tag{7.3.5}$$

Структурная схема функционирования экономики согласно модели Солоу приведена на рис. 7.3.1.

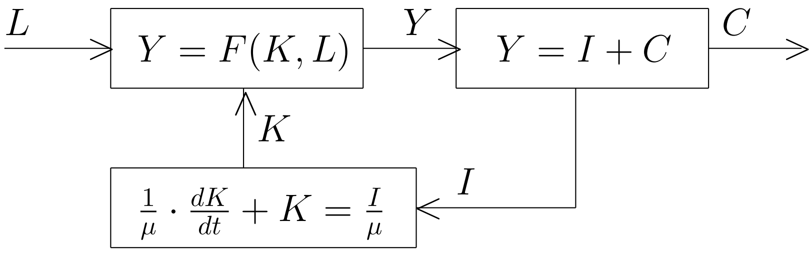

Рис. 7.3.1. Структурная схема модели Солоу.

Запишем ниже соотношения модели Солоу в терминах удельных показателей (значений переменных в расчете на единицу труда).

Используя условие линейной однородности производственной функции, получим:

$$y = \frac{1}{L} \cdot Y = \frac{1}{L} \cdot F(K, L) = F(\frac{K}{L}, 1) = f(\frac{K}{L}) = f(k) \tag{7.3.6}$$

Кроме того, соотношения (7.3.4) примут вид

$$i = \rho y, \ c = (1 - \rho) y \tag{7.3.7}$$

Используя правило дифференцирования произведения и (7.3.1), получим:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{d}{dt}(k \cdot L) = L \cdot \frac{dk}{dt} + k \cdot \nu L \tag{7.3.8}$$

Тогда дифференциальное уравнение (7.3.3) можно записать в виде:

$$L \cdot \frac{dk}{dt} + \nu L \cdot k = -\mu K + I = -\mu L k + \rho \cdot Y =$$

$$= -\mu L \cdot k + \rho L \cdot y = -\mu L \cdot k + \rho L \cdot f(k). \tag{7.3.9}$$

Запишем это уравнение в виде, разрешенном относительно производной:

$$k' = \frac{dk}{dt} = -(\nu + \mu) k + \rho f(k) = -\lambda k + \rho f(k), \tag{7.3.10}$$

где $\lambda = \mu + \nu$.

Таким образом, запись *модели Солоу в удельных (относительных) показателях* примет вид:

$$\begin{cases} \frac{dk}{dt} = -\lambda k + \rho f(k), k(0) = k_0 = \frac{K_0}{L_0} \\ y = f(k) \\ i = \rho f(k) \\ c = (1-\rho) f(k) \end{cases} \tag{7.3.11}$$

Изменение эндогенных переменных (показателей) k, y, i, c в модели Солоу (7.3.11) при изменении времени t будем называть *траекторией системы* (7.3.11). Особый интерес представляют так называемые *стационарные траектории* (когда все показатели стационарны, то есть не изменяются во времени).

Рассмотрим значение фондовооруженности k^*, обращающее в нуль правую часть дифференциального уравнения в модели (7.3.11):

$$-\lambda k^* + \rho f(k^*) = 0 \tag{7.3.12}$$

Очевидно, что установление фондовоооруженности на уровне k^* порождает стационарную траекторию системы (7.3.12):

- $k = k^* = const$(поскольку $k' = 0$),
- $y = f(k^*) = const$,
- $i = \rho f(k^*) = const$,
- $c = (1-\rho) f(k^*) = const$.

Перепишем условие (7.3.12) в виде:

$$\lambda k^* = \rho f(k^*). \tag{7.3.13}$$

Напомним, что производственная функция $F(K, L)$ по предположению является неоклассической, поэтому

$$f(0) = 0, f'(k) > 0, f''(k) < 0.$$

Если дополнительно предположить, что

$$\rho f'(0) > \lambda, \tag{7.3.14}$$

то уравнение (7.3.12) или (7.3.13) будет иметь единственное положительное решение k^*, что видно из рис. 7.3.2.

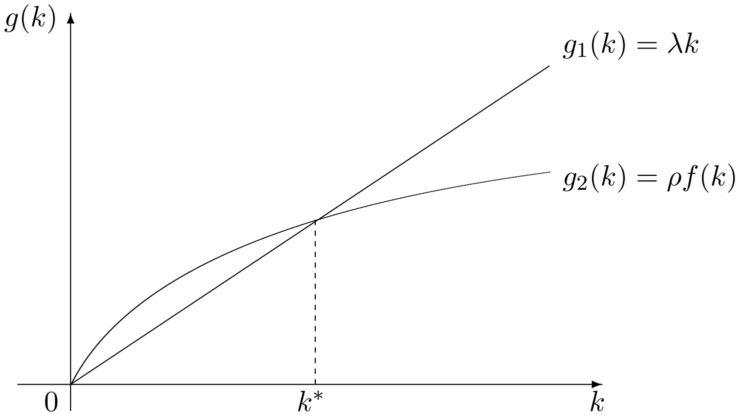

Рис. 7.3.2. Графическое определение стационарной фондовооруженности k^* .

Если начальный уровень фондовооруженности k^0 равен стационарному уровню k^*, то модель экономики Солоу уже находится в стационарном режиме, и изменение эндогенных показателей k, y, i, c могут произойти только за счет изменения экзогенных параметров (например, нормы накопления ρ). Простой анализ рис. 7.3.2 показывает, что, например, увеличение нормы накопления приводит к росту стационарного уровня фондовооруженности k^*.

С особенностями переходных (нестационарных) режимов в модели Солоу можно познакомиться, используя хрестоматию к теме 7.

Выводы:

- Уравнение (7.1.6) межотраслевого баланса $x = Ax + y$ в модели Леонтьева можно использовать в двух целях. Первой целью является отыскание вектора конечного потребления y при известном векторе валового выпуска x. Второй (и основной) задачей межотраслевого баланса является планирование валового выпуска x по заданным показателям конечного потребления.

- Технологическая матрица A, все элементы которой неотрицательны, называется *продуктивной*, если для любого вектора y с неотрицательными компонентами существует решение уравнения (7.1.6) — вектор x, все элементы которого также неотрицательны. В этом случае и модель Леонтьева называется продуктивной.

- Собственные векторы структурной матрицы торговли A, отвечающие собственному числу 1, представляют собой наборы допустимых бюджетов стран в условиях сбалансированной (бездефицитной) торговли.

- Модель макроэкономической динамики Солоу в самом общем виде отражает процесс воспроизводства и позволяет в общих чертах анализировать соотношение между потреблением и накоплением.
- Особый интерес в модели Солоу представляют так называемые стационарные траектории (когда все показатели стационарны, то есть не изменяются во времени).
- Стационарный уровень фондовооруженности в модели Солоу определяется как решение уравнения (7.3.12) или (7.3.13).

Вопросы для самопроверки:

1. Поясните смысл каждой переменной в балансовых соотношениях (7.1.1).
2. Как определяются технологические коэффициенты a_{ij} в модели Леонтьева?
3. В каких целях можно использовать уравнение межотраслевого баланса (7.1.6)?
4. Объясните, как построена технологическая матрица по данным таблицы на рис. 7.1.1?
5. В каком случае матрица прямых затрат называется продуктивной?
6. Как получить технологическую матрицу из матрицы полных затрат?
7. Запишите три критерия продуктивности технологической матрицы.
8. Поясните смысл элементов структурной матрицы торговли.
9. Почему все ограничения системы (7.2.2) являются связывающими (активными)?
10. Найдите самостоятельно множество собственных векторов x, отвечающих собственному числу $\lambda = 1$, в примере 7.2.1.
11. Найдите вектор бюджетов в примере 7.2.1, если сумма бюджетов всех стран равна 28400.
12. Перечислите эндогенные переменные в модели Солоу.
13. Какие экзогенные параметры используются в модели Солоу?
14. Поясните экономический смысл каждого удельного показателя в модели Солоу.

15. Каким условиям удовлетворяет неоклассическая производственная функция (запишите их формулами и поясните словами)?

16. Проинтегрируйте дифференциальное уравнение (7.3.1).

17. К какому типу относится дифференциальное уравнение (7.3.3)?

18. Есть ли в структурной схеме 7.3.1 контур обратной связи?

19. За счет каких соотношений в системе (7.3.5) модель Солоу является нелинейной?

20. Где в преобразованиях (7.3.6) используется условие линейной однородности производственной функции?

21. В каком месте формулы (7.3.8) используется дифференциальное уравнение (7.3.1)?

22. Поясните подробно преобразования (7.3.9).

23. Что называется стационарной траекторией системы (7.3.11)?

24. Почему предположение (7.3.14) гарантирует единственность решения уравнения (7.3.13)?

25. Как повлияет на стационарный уровень фондовооруженности k^* в модели Солоу увеличение доли выбывших за год основных производственных фондов?

26. Как повлияет на стационарный уровень фондовооруженности k^* в модели Солоу снижение годового темпа прироста числа занятых?

27. Как повлияет на стационарный уровень фондовооруженности k^* в модели Солоу снижение нормы накопления и одновременно увеличение годового темпа прироста числа занятых?

Библиография

[1] Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании. М., Дело, 2003.

[2] C.P. Simon, L. Blume. Mathematics for Economists. N.Y., W.W. Norton & Company, 1994.

[3] Кузютин Д.В. Алгебра и геометрия. СПб., изд-во МБИ, 2007.

[4] Колемаев В.А. Математическая экономика, М., ЮНИТИ, 2005.

[5] Тарасевич Л.С., Гребенников П.И., Леусский А.И. Микроэкономика., М., Юрайт-Издат, 2003.

[6] Замков О.О., Черемных Ю.А., Толстопятенко А.В. Математические методы в экономике, М., изд-во Дело и Сервис, 1999.

[7] Агапова Т.А., Серегина С.Ф. Макроэкономика , М., изд-во ДИС, 1997.