

Практикум по теме 6.

Методические указания по выполнению практикума

Целью практикума является более глубокое усвоение материала контента темы 6, а также развитие следующих умений и навыков:

- построение функций реакции в модели дуополии по Курно (в случае линейного спроса и предельных издержек фирм, не зависящих от уровня выпуска);
- поиск равновесия Курно и равновесий по Штакельбергу;
- сравнение различных схем поведения конкурирующих фирм в модели дуополии Курно;
- сравнение структуры симметричного равновесия по Нэшу в модели линейного города Хотеллинга при различных соотношениях параметров модели.

Перед решением заданий практикума рекомендуется внимательно изучить материал контента темы 6 и провести самостоятельный анализ всех разработанных примеров.

Решение типовых задач

ТЗ 6.1. Две фирмы производят и продают однородную продукцию, стратегией каждой фирмы является выбор объема выпуска $q_i \geq 0$, функция рыночного спроса на данную продукцию

$$q = D(p) = \max\left\{36 - \frac{1}{2}p, 0\right\},$$

предельные издержки каждой фирмы равны 24, постоянные издержки не учитываются.

Найдите:

- функции реакции конкурирующих фирм;
- объемы выпуска, цену и прибыли фирм в равновесии Курно;
- объемы выпуска, цену и прибыли фирм в 2–равновесии по Штакельбергу;
- совокупный выпуск, цену и суммарную прибыль в условиях объединения в картель.

Решение: Запишем обратную функцию рыночного спроса:

$$p(q) = 72 - 2q, \quad 0 \leq q \leq 36.$$

Отметим, что условие задачи полностью соответствует всем предположениям модели дуополии по Курно в случае линейного спроса, принятым в § 6.2 и 6.3 контента темы 6 ($a = 72, b = 2, c_1 = c_2 = c = 24$).

Поэтому при решении мы можем использовать формулы (6.2.5)–(6.2.9), (6.3.2)–(6.3.4), а также таблицу 6.3.1.

- Функции реакции:

$$q_1 = R_1(q_2) = 12 - \frac{q_2}{2}, \quad 0 \leq q_2 < 24, \text{ в соответствии с (6.2.5),}$$

$$q_1 = R_1(q_2) = 0 \text{ при } q_2 \geq 24,$$

$$q_2 = R_2(q_1) = 12 - \frac{q_1}{2}, \quad 0 \leq q_1 < 24 \text{ в соответствии с (6.2.6),}$$

$$q_2 = R_2(q_1) = 0 \text{ при } q_1 \geq 24.$$

- Равновесие Курно:

$$q_1^* = q_2^* = \frac{a-c}{3b} = 8 \text{ в соответствии с (6.2.7),}$$

$$p^* = \frac{1}{3}(a + 2c) = 40 \text{ в соответствии с (6.2.8),}$$

$$\pi_1^c = \pi_2^c = \frac{(a-c)^2}{9b} = 128 \text{ в соответствии с (9.2.9).}$$

- 2-равновесие по Штакельбергу:

$\bar{q}_2 = \frac{a-c}{2b} = 12, \bar{q}_1 = R_1(\bar{q}_2) = \frac{a-c}{4b} = 6$ в соответствии с аналогами формул (6.3.2) для случая, когда фирма 2 является лидером;

$$\bar{p} = \frac{a+3c}{4} = 36 \text{ в соответствии с (6.3.3);}$$

$$\pi_2^s = \frac{(a-c)^2}{8b} = 144 \text{ – прибыль фирмы 2 (лидера);}$$

$$\pi_1^s = \frac{(a-c)^2}{16b} = 72 \text{ – прибыль фирмы 1 (ведомой).}$$

- Объединение в картель:

$$q^m = q_1 + q_2 = \frac{a-c}{2b} = 12,$$

$$p^m = \frac{a+c}{2} = 48,$$

$$\pi^m = \pi_1 + \pi_2 = \frac{(a-c)^2}{4b} = 288.$$

ТЗ 6.2. Предположим, что предельные издержки фирмы 2 в условиях задания ТЗ 6.1 выросли до значения $c_2 = 40$.

Найдите:

- измененную функцию реакции фирмы 2;

- объемы выпуска и цену в равновесии Курно;
- объемы выпуска и цену в 2-равновесии по Штакельбергу;
- объемы выпуска и цену в 1-равновесии по Штакельбергу.

Решение: Отметим, что, как и в задаче ТЗ 6.1, $a = 72$, $b = 2$, $c_1 = 24$, и функция реакции первой фирмы не изменится. Для построения функции реакции второй фирмы $q_2 = R_2(q_1)$ необходимо решить следующую задачу:

$$\begin{cases} \pi_2(q_1, q_2) = q_2(a - c_2 - b(q_1 + q_2)) \longrightarrow \max_{q_2} \\ 0 \leq q_2 \leq \frac{a-c_2}{b} - q_1 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} \pi_2(q_1, q_2) = q_2(32 - 2(q_1 + q_2)) \longrightarrow \max_{q_2} \\ 0 \leq q_2 \leq 16 - q_1 \end{cases}$$

Проверьте (используя известные свойства квадратичной функции $\pi_2(q_2)$ или дифференциальное исчисление), что решение последней задачи примет вид:

$$q_2 = R_2(q_1) = 8 - \frac{q_1}{2}, \quad 0 \leq q_1 \leq 16.$$

При $q_1 > 16$ полагают, что $q_2 = R_2(q_1) = 0$.

- равновесие Курно (q_1^*, q_2^*) является по определению решением следующей системы

$$\begin{cases} q_1 = R_1(q_2) = 12 - \frac{q_2}{2} \\ q_2 = R_2(q_1) = 8 - \frac{q_1}{2} \end{cases}$$

Данная система имеет единственное решение:

$$q_1^* = \frac{32}{3} = 10\frac{2}{3}, \quad q_2^* = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3},$$

$$p^* = 72 - 2(q_1^* + q_2^*) = \frac{136}{3} = 45\frac{1}{3}.$$

- Для построения 2-равновесия по Штакельбергу запишем задачу, которую решает вторая фирмы (лидер):

$$\begin{aligned} \pi_2(R_1(q_2), q_2) &= q_2(a - c_2 - b(R_1(q_2) + q_2)) = \\ &= q_2(32 - 2(12 - \frac{q_2}{2} + q_2)) = q_2(8 - q_2) \longrightarrow \max_{q_2 \geq 0} \end{aligned}$$

Очевидно, что решение данной оптимизационной задачи $\bar{q}_2 = 4$ (оптимальный выпуск фирмы-лидера в 2-равновесии по Штакельбергу). Тогда

$$\bar{q}_1 = R_1(\bar{q}_2) = 10, \quad \bar{p} = 72 - 2(\bar{q}_1 + \bar{q}_2) = 44.$$

- Для построения 1-равновесия по Штакельбергу запишем задачу, которую решает первая фирма (лидер):

$$\begin{aligned} \pi_1(q_1, R_2(q_1)) &= q_1(a - c_1 - b(q_1 + R_2(q_1))) = \\ &= q_1(48 - 2(q_1 + 8 - \frac{q_1}{2})) = q_1(32 - q_1) \longrightarrow \max_{q_1 \geq 0} \end{aligned}$$

Решение данной оптимизационной задачи $\bar{q}_1 = 16$ – оптимальный выпуск фирмы-лидера в 1-равновесии по Штакельбергу.

Тогда

$$\bar{q}_2 = R_2(\bar{q}_1) = 8 - \frac{16}{2} = 0, \quad \bar{p} = 72 - 2(\bar{q}_1 + \bar{q}_2) = 40.$$

Таким образом, в условиях неравных предельных издержек ($c_1 = 24 < c_2 = 40$) вторая фирма еще может работать с положительной прибылью в условиях равновесия Курно и 2-равновесия по Штакельбергу, но вытесняется с рынка в условиях 1-равновесия по Штакельбергу.

Задания практикума

- 6.1.** Пусть в условиях ТЗ 6.1 и ТЗ 6.2 предельные издержки фирмы 1 фиксированы и равны 24, а предельные издержки фирмы 2 растут. Определите пороговый уровень \bar{c}_2 , начиная с которого в модели отсутствует равновесие Курно ($q_1^* > 0, q_2^* > 0$).

В заданиях 6.2–6.5 найдите:

- функции реакции конкурирующих фирм,
- выпуск каждой фирмы и цену в равновесии Курно,
- выпуск каждой фирмы и цену в 1-равновесии по Штакельбергу,
- выпуск каждой фирмы и цену в 2-равновесии по Штакельбергу,
- совокупный выпуск, цену и максимальную суммарную прибыль в условиях объединения в картель

при следующих значениях параметров в модели дуополии Курно:

6.2. $a = 60, b = 2, c_1 = c_2 = 12$

6.3. $a = 60, b = 2, c_1 = 12, c_2 = 16$

6.4. $a = 72, b = 3, c_1 = 12, c_2 = 18$

6.5. $a = 380, b = 4, c_1 = 60, c_2 = 28$

В заданиях 6.6–6.10 найдите равновесные цены и прибыли конкурирующих фирм в модели линейного города Хотеллинга при следующих значениях параметров модели:

6.6. $v = 20, c = 12, t = 4.$

6.7. $v = 18, c = 12, t = 4.$

6.8. $v = 17, c = 12, t = 4.$

6.9. $v = 16, c = 12, t = 4.$

6.10. $v = 14, c = 12, t = 4.$