

## ТЕМА 6. Экономико-математические модели олигополии. Модели вертикальной дифференциации.

### Цель и задачи

Цель темы 6 — представить базовые экономико-математические модели поведения в условиях олигополии и в условиях вертикальной дифференциации, методы и результаты исследования этих моделей.

Задачи контента темы 6:

- Представить простейшую модель дуополии по Бертрону.
- Формализовать модель дуополии Курно в случае линейного спроса, определить функции реакции конкурирующих фирм.
- Найти равновесие Курно и равновесие по Штакельбергу в модели дуополии.
- Провести сравнительный анализ различных схем поведения конкурирующих фирм в модели дуополии Курно (объединение в картель, схема "последователь–последователь", равновесие Курно, равновесие по Штакельбергу, "борьба за лидерство").
- Представить простейшую модель пространственной дифференциации (модель линейного города Хотеллинга), построить симметричное равновесие по Нэшу в случае полного покрытия рынка, привести структуру равновесных стратегий при различных соотношениях параметров модели.
- Формализовать простейшую модель вертикальной дифференциации в условиях монополии, найти оптимальные контракты в условиях полной и неполной информации, провести их сравнительный анализ.
- Представить простейшую модель вертикальной дифференциации в условиях олигополистической конкуренции (двухшаговую теоретико–игровую модель "качество–цена"), найти абсолютное равновесие по Нэшу в этой модели.

### Оглавление

§ 6.1 Модели поведения фирмы в условиях олигополии. Ценовая конкуренция по Бертрону.

- § 6.2 Модель Курно конкуренции "по выпуску" в условиях дуополии и линейного спроса. Функции реакции и равновесие Курно.
- § 6.3 Равновесие по Штакельбергу. Сравнительный анализ различных схем поведения конкурирующих фирм в модели дуополии Курно.
- § 6.4 Дифференциация продукта. Анализ модели пространственной дифференциации (модель линейного города Хотеллинга).
- § 6.5 Модель вертикальной дифференциации в условиях монополии. Поиск оптимальных контрактов (качество–цена).
- § 6.6 Модель вертикальной дифференциации в условиях олигополистической конкуренции.

### **§ 6.1 Модели поведения фирмы в условиях олигополии. Ценовая конкуренция по Бертрону.**

Напомним, что под условиями *олигополии* (точнее — олигополии предложения) в микроэкономике обычно понимают рынок однородного товара, на котором совокупный спрос множества потребителей удовлетворяется небольшим числом производителей–продавцов, причем рыночная цена существенно зависит от стратегических решений всех конкурирующих фирм.

Особенностью ценообразования на олигопольном рынке является то, что каждая фирма при выборе своего стратегического решения (объем выпуска и/или цена собственной продукции) наряду с эластичностью спроса и структурой собственных издержек должна принимать во внимание возможную реакцию своих конкурентов. Таким образом, задача стратегической конкуренции нескольких фирм в условиях олигополии относится к классу задач принятия решений в условиях конфликта и неопределенности, для исследования которых применяется инструментарий математической теории игр.

Олигополию с двумя конкурирующими фирмами называют *дуополией*. Простейшая модель дуополии, в которой обе фирмы выбирают цены собственной продукции, а объемы продаж определяются с использованием функции рыночного спроса, была предложена Ж. Бертрону в 1883 г. Рассмотрим следующую постановку *модели Бертрона*.

Пусть  $ТС_i(q_i) = c \cdot q_i$  — функция общих затрат фирмы  $i = 1, 2$ , необходимых для производства  $q_i$  единиц продукции, где  $c > 0$  — величина предельных издержек симметричных конкурирующих фирм.

Предположим, что отраслевой спрос задан линейной функцией:

$$Q = D(p) = a - bp, p \in [0, \frac{a}{b}].$$

Отметим, что управляющей переменной (стратегией) каждой фирмы является выбор цены (а не объема выпуска), при этом обе фирмы выбирают свои цены одновременно и независимо друг от друга.

В предположении, что:

- каждая фирма в состоянии в одиночку удовлетворить совокупный рыночный спрос;
- все потребители приобретают товар у фирмы, назначившей меньшую цену;
- в случае совпадения назначенных цен фирмы делят рынок поровну,

функция спроса на продукцию первой фирмы примет вид:

$$q_1 = D_1(p_1, p_2) = \begin{cases} a - bp_1, & \text{если } p_1 < p_2, \\ \frac{1}{2}(a - bp_1), & \text{если } p_1 = p_2, \\ 0, & \text{если } p_1 > p_2. \end{cases} \quad (6.1.1)$$

Функция спроса на продукцию второй фирмы определяется аналогично. Целью каждой фирмы  $i = 1, 2$  является максимизация собственной прибыли:

$$\begin{cases} \pi_i(p_i, p_{3-i}) = (p_i - c) \cdot D_i(p_i, p_{3-i}) \longrightarrow \max_{p_i} \\ p_i \geq 0. \end{cases} \quad (6.1.2)$$

Теорема 6.1.1. В модели дуополии Бертрана существует единственное равновесие по Нэшу  $p_1^* = p_2^* = c$ , при этом прибыль каждой фирмы равна нулю.

Для доказательства данной теоремы достаточно рассмотреть все возможные варианты соотношения цен конкурирующих фирм, принимая во внимание определение равновесия по Нэшу и предположения модели Бертрана.

Нетрудно проверить, что справедливость этого утверждения сохраняется и для случая  $n > 2$  конкурирующих фирм. Теорему 6.1.1 иногда называют "*парадоксом Бертрана*" (когда при ограниченном числе конкурентов  $n \geq 2$  на рынке устанавливается такая же цена, как и на рынке совершенной конкуренции).

Отметим, что при наличии существенных ограничений на максимально возможный объем выпуска отдельной фирмы, либо при более общей

структуре издержек конкурирующих фирм (т.е. при более полном учете реальной ситуации в процессе построения модели), утверждение теоремы 6.1.1 теряет силу.

## § 6.2 Модель Курно конкуренции "по выпуску" в условиях дуополии и линейного спроса. Функции реакции и равновесие Курно.

По видимому, первая экономико-математическая модель конкуренции в условиях олигополии была предложена О.Курно в 1838 г. В этой модели каждая фирма выбирает объем собственного выпуска, а не цену, которая в свою очередь зависит от стратегических решений всех конкурирующих фирм (точнее – от совокупного отраслевого выпуска) и определяется с помощью обратной функции рыночного спроса.

Рассмотрим простейшую модель дуополии по Курно в случае линейного спроса.

Пусть фирмы 1 и 2 одновременно и независимо друг от друга определяют объем собственного выпуска  $q_1 \geq 0$  и  $q_2 \geq 0$  соответственно. Отраслевой выпуск при этом составит  $q = q_1 + q_2$ . Рыночная цена определяется с использованием линейной обратной функции рыночного спроса:

$$p(q) = p(q_1 + q_2) = \max\{a - bq, 0\}, \quad (6.2.1)$$

где  $a$  и  $b$  – положительные параметры.

Предположим, что предельные издержки конкурирующих фирм равны и не зависят от объема выпуска:

$$MC_1 = MC_2 = c, \quad 0 \leq c < a, \quad (6.2.2)$$

а постоянные издержки фирм равны нулю.

Тогда задача максимизации собственной прибыли, которую решает первая фирма, примет вид:

$$\begin{cases} \pi_1(q_1, q_2) = q_1 \cdot p(q_1 + q_2) - cq_1 \longrightarrow \max_{q_1} \\ q_1 \geq 0 \end{cases} \quad (6.2.3)$$

Нетрудно заметить, что ни одна из фирм не может получить положительную прибыль, если

$$a - b(q_1 + q_2) < c.$$

С учетом сделанного замечания можно уточнить задачу (6.2.3) для первой фирмы:

$$\begin{cases} \pi_1(q_1, q_2) = q_1 \cdot (a - c - b(q_1 + q_2)) \longrightarrow \max_{q_1} \\ 0 \leq q_1 \leq \frac{a-c}{b} - q_2 \end{cases} \quad (6.2.4)$$

Задача максимизации прибыли второй фирмы может быть получена из задачи (6.2.4) заменой индексов (1 на 2, а 2 на 1).

Решение задачи (6.2.4) при заданном выпуске конкурента  $q_2 \in [0, \frac{a-c}{b})$  обозначим  $q_1 = R_1(q_2)$ .

Определенная таким образом функция

$$q_1 = R_1(q_2), \quad q_2 \in [0, \frac{a-c}{b})$$

называется *функцией реакции* (или *функцией наилучшего ответа*) первой фирмы. Для каждого значения выпуска  $q_2$  второй фирмы (из указанного диапазона) функция реакции  $R_1(q_2)$  показывает тот объем выпуска  $q_1$  первой фирмы, который доставляет максимальное значение прибыли первой фирмы.

Приведем результат решения задачи (6.2.4), т.е. выпишем функцию реакции  $q_1 = R_1(q_2)$  в явном виде:

$$q_1 = R_1(q_2) = \frac{a-c}{2b} - \frac{q_2}{2}, \quad 0 \leq q_2 < \frac{a-c}{b}. \quad (6.2.5)$$

В случае  $q_2 \geq \frac{a-c}{b}$  положим, что  $R_1(q_2) = 0$ .

Функция реакции  $q_2 = R_2(q_1)$  второй фирмы определяется аналогично:

$$q_2 = R_2(q_1) = \frac{a-c}{2b} - \frac{q_1}{2}, \quad 0 \leq q_1 < \frac{a-c}{b}. \quad (6.2.6)$$

Графики функций реакции обычно называют *кривыми реагирования* конкурирующих фирм. Они приведены на рис. 6.2.1.

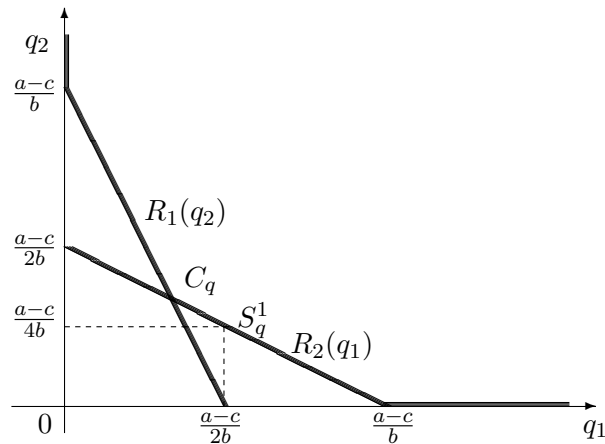


Рис. 6.2.1. Кривые реагирования, равновесия Курно и Штакельберга (в пространстве стратегий  $Oq_1q_2$ ).

Решение  $(q_1^*, q_2^*)$  системы (6.2.5) и (6.2.6) называют *равновесием Курно*. Равновесию Курно отвечает точка  $C_q$  пересечения кривых реагирования фирм на рис. 6.2.1.

Нетрудно проверить, что:

$$q_1^* = q_2^* = \frac{a - c}{3b}. \quad (6.2.7)$$

Кроме того,

$$p^* = p(q_1^* + q_2^*) = \frac{1}{3}(a + 2c), \quad (6.2.8)$$

– рыночная цена, отвечающая равновесию Курно, а

$$\pi_1^c = \pi_2^c = \pi_i(q_1^*, q_2^*) = \frac{(a - c)^2}{9b}, \quad (6.2.9)$$

– прибыль каждой фирмы в условиях равновесия Курно (точка  $C_\pi$  (на рис. 6.2.2))

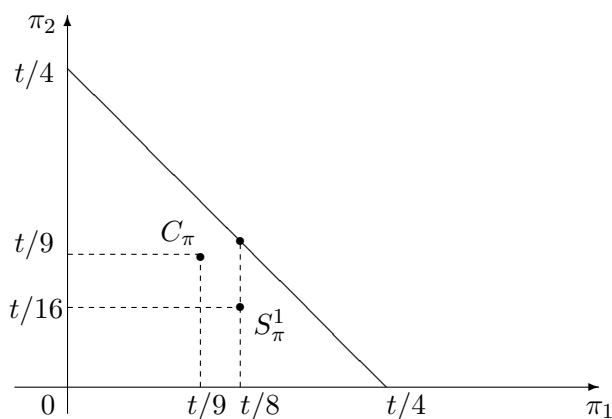


Рис. 6.2.2. Равновесия Курно и Штакельберга (в пространстве функций прибыли  $O\pi_1\pi_2$ ),  $\frac{(a-c)^2}{b} = t$ .

Свойство 6.2.1. Равновесие Курно  $(q_1^*, q_2^*)$  в модели дуополии Курно, представленной выше, является равновесием по Нэшу.

Иными словами, одиночное отклонение фирмы  $i$  от своей стратегии  $q_i^*$  (т.е. одиночное изменение выпуска) не увеличивает прибыль этой фирмы при условии, что конкурирующая фирма  $(3 - i)$  придерживается стратегии  $q_{3-i}^*$ . Это свойство иногда называют *свойством внутренней устойчивости равновесия Курно*.

### § 6.3 Равновесие по Штакельбергу. Сравнительный анализ различных схем поведения конкурирующих фирм в модели дуополии Курно.

Рассмотрим далее следующую асимметричную схему поведения конкурирующих фирм в модели дуополии Курно.

Пусть фирма 2 в момент принятия решения о величине  $q_2$  собственного выпуска обладает информацией о величине выпуска  $q_1$  фирмы-конкурента и выбирает  $q_2$ , используя свою функцию реакции (6.2.6).

Фирма 1 знает об этой схеме реакции конкурента на любой выбранный фирмой 1 объем выпуска  $q_1$  и, используя это знание, максимизирует собственную функцию прибыли.

Отметим, что подобные модели конкурентного взаимодействия (с асимметричным распределением информации и асимметричными стратегиями конкурентов) относят в теории игр к *моделям типа "лидер—последователь (или ведомый)"*. В нашем случае фирма 1 является лидером, а фирма 2 — последователем.

Таким образом, задача, которую решает фирма 1, принимает следующий вид:

$$\begin{cases} \pi_1(q_1, R_2(q_1)) \longrightarrow \max_{q_1} \\ q_1 \geq 0 \end{cases} \quad (6.3.1)$$

Решение  $\bar{q}_1$  задачи (6.3.1) называют оптимальным выпуском фирмы-лидера,  $\bar{q}_2 = R_2(\bar{q}_1)$  — оптимальным выпуском фирмы-последователя, а найденную пару оптимальных стратегий  $(\bar{q}_1, \bar{q}_2)$  — *равновесием по Штакельбергу* (точнее *1-равновесием по Штакельбергу*, где цифра 1 уточняет какая фирма является лидером).

Рекомендуем читателю убедиться в том, что в предположениях § 6.2 (линейный спрос (6.2.1) и равные предельные издержки (6.2.2)) оптимальные стратегии лидера и последователя следующим образом зависят от параметров модели:

$$\bar{q}_1 = \frac{a-c}{2b}, \quad \bar{q}_2 = R_2(\bar{q}_1) = \frac{a-c}{4b} \quad (6.3.2)$$

1-равновесию по Штакельбергу отвечает точка точка  $S_q^1$  на рис. 6.2.1.

При этом совокупный выпуск составит  $\frac{3(a-c)}{4b}$ ,

$$\bar{p} = \frac{a+3c}{4} \quad (6.3.3)$$

– рыночная цена в условиях равновесия по Штакельбергу,

$$\pi_1^S = \frac{(a - c)^2}{8b}, \quad \pi_2^S = \frac{(a - c)^2}{16b} \quad (6.3.4)$$

– прибыли лидера и последователя соответственно (точка  $S_\pi^1$  на рис. 6.2.2).

Все характеристики 2–равновесия по Штакельбергу могут быть найдены так же, как были найдены характеристики 1–равновесия (достаточно в формулах (6.3.1), (6.3.2) и (6.3.4) поменять индексы 1 и 2 местами).

Для полноты картины и дальнейшего сравнительного анализа рассмотрим ниже последовательно следующие возможные схемы поведения конкурирующих фирм в модели дуополии Курно:

- фирмы объединяются в картель;
- обе фирмы выбирают собственный выпуск как фирма–последователь в равновесии по Штакельбергу (схема "последователь–последователь");
- обе фирмы выбирают собственный выпуск, как фирма–лидер в равновесии по Штакельбергу ("борьба за лидерство").

Понятно, что максимальную суммарную прибыль дуополисты могут получить в случае организации *картеля* – явного или тайного сговора об ограничении рыночного предложения с целью поддержания монопольной цены. В рассматриваемом случае картельное соглашение приведет к совокупному выпуску

$$q^m = q_1 + q_2 = \frac{a - c}{2b}, \quad q_1 \geq 0, \quad q_2 \geq 0,$$

монопольной цене  $p_m = \frac{a+c}{2}$  и максимальной суммарной прибыли

$$\pi^m = \pi_1 + \pi_2 = \frac{(a - c)^2}{4b}.$$

Заметим, что набор стратегий  $(q_1, q_2)$ , удовлетворяющий картельному соглашению ( $q_1 + q_2 = q^m$ ) определяется не единственным образом и не является равновесием по Нэшу.

Предположим теперь, что обе фирмы выбирают собственный выпуск как фирма–последователь (схема "последователь–последователь"), т.е.

$$q_1 = q_2 = \frac{a - c}{4b}$$

В этом случае совокупный объем выпуска  $q = \frac{a-c}{2b}$  будет таким же, как в условиях картельного соглашения, цена будет равна монопольной  $p_m = \frac{a+c}{2}$ ,



а прибыль каждой фирмы составит

$$\pi_1 = \pi_2 = \frac{(a - c)^2}{8b}.$$

Отметим, что подобное поведение фирмы доминирует по Парето равновесие Курно ( $\pi_i^c = \frac{(a-c)^2}{9b}$ ), хотя и не является равновесием по Нэшу.

Предположим наконец, что обе фирмы выбирают собственный выпуск как фирма-лидер (*схема "борьба за лидерство"*), т.е.

$$q_1 = q_2 = \frac{a - c}{2b}.$$

В этом случае совокупный объем выпуска  $q = \frac{a-c}{b}$  будет столь большим, что цена товара упадет до уровня предельных издержек  $p = c$ , поэтому прибыль каждой фирмы будет нулевой.

Для удобства сравнительного анализа различных схем поведения конкурирующих фирм в рассмотренной модели дуополии (в условиях линейного спроса) соберем все полученные результаты в следующей таблице.

N	Название	Стратегия фирмы 1, выпуск $q_1$	Стратегия фирмы 2, выпуск $q_2$	$q = q_1 + q_2$	цена $p$	$\pi_1$	$\pi_2$
1	картель	$q_1 + q_2 = \frac{a-c}{2b}, \quad q_1 \geq 0, \quad q_2 \geq 0$		$\frac{a-c}{2b}$	$\frac{a+c}{2}$	$\pi_1 + \pi_2 = \frac{(a-c)^2}{4b}$	
2	последователь – последователь	ведомый $\frac{a-c}{4b}$	ведомый $\frac{a-c}{4b}$	$\frac{a-c}{2b}$	$\frac{a+c}{b}$	$\frac{(a-c)^2}{8b}$	$\frac{(a-c)^2}{8b}$
3	равновесие Курно	$R_1(q_2)$ $\frac{a-c}{3b}$	$R_2(q_1)$ $\frac{a-c}{3b}$	$\frac{2}{3} \frac{a-c}{b}$	$\frac{1}{3}(a+2c)$	$\frac{(a-c)^2}{9b}$	$\frac{(a-c)^2}{9b}$
4	1-равновесие по Штакельбергу	лидер $\frac{a-c}{2b}$	ведомый $R_2(q_1)$ $\frac{a-c}{4b}$	$\frac{3}{4} \frac{a-c}{b}$	$\frac{1}{4}(a+3c)$	$\frac{(a-c)^2}{8b}$	$\frac{(a-c)^2}{16b}$
5	2-равновесие по Штакельбергу	ведомый $R_1(q_2)$ $\frac{a-c}{4b}$	лидер $\frac{a-c}{2b}$	$\frac{3}{4} \frac{a-c}{b}$	$\frac{1}{4}(a+3c)$	$\frac{(a-c)^2}{16b}$	$\frac{(a-c)^2}{8b}$
6	борьба за лидерство	лидер $\frac{a-c}{2b}$	лидер $\frac{a-c}{2b}$	$\frac{a-c}{b}$	$c$	0	0

Таблица 6.3.1. Схемы конкуренции в условиях дуополии.

Отметим в заключение, что движение сверху вниз по строкам этой таблицы соответствует усилению конкуренции между фирмами в условиях дуополии (увеличение совокупного выпуска и снижение рыночной цены).

## § 6.4 Дифференциация продукта. Анализ модели пространственной дифференциации (модель линейного города Хотеллинга).

Важное предположение моделей Бертрана и Курно, рассмотренных в § 6.1 – 6.3, заключалось в том, что для конкретного потребителя товары, предлагаемые различными конкурирующими фирмами, были в равной мере предпочтительными. Отказ от этого предположения приводит к целому классу экономико-математических моделей дифференциации продукта.

Рассмотрим простейшую модель так называемой пространственной дифференциации – *модель линейного города Хотеллинга*.

Предположим, что  $M$  потребителей распределены равномерно вдоль отрезка длины 1, а конкурирующие фирмы расположены на концах этого отрезка (см. рис. 6.4.1).



Рис. 6.4.1. Потребители и фирмы в модели линейного города.

Фирмы производят и продают однородный продукт, предельные издержки фирм одинаковы и равны  $c > 0$ , постоянные издержки не учитываются. Каждый потребитель готов в рассматриваемый промежуток времени приобрести не более единицы продукта, при этом для каждого потребителя цена резервирования (максимальная полезность от приобретения и потребления единицы продукта) составляет  $v > c$ .

Кроме того, учитываются транспортные издержки потребителей, связанные с необходимостью поездки к месту расположения фирмы  $j$  и обратно. А именно, для потребителя, расположенного в точке  $x$  (т.е. на расстоянии  $x$  от фирмы 1 и  $(1 - x)$  от фирмы 2) транспортные издержки при покупке единицы продукта у фирмы 1 составят  $tx$ , а у фирмы 2 – соответственно  $t(1 - x)$ . Параметр  $t > 0$  можно интерпретировать как стоимость поездки потребителя на расстояние 1 и обратно. Именно учет транспортных издержек порождает дифференциацию продукта в данной модели: несмотря на физическую однородность товаров, производимых и продаваемых фирмами 1 и 2, товары различных фирм будут в разной степени предпочтительными для любого потребителя  $x \neq 1/2$ .

Стратегией фирмы  $j$  является выбор цены  $p_j$  в диапазоне  $[c, v]$ . Альтернативами для любого потребителя  $x \in [0, 1]$  являются:

- приобретение единицы товара у фирмы 1;
- приобретение единицы товара у фирмы 2;
- отказ от покупки.

Запишем функцию потребительского излишка для потребителя, расположенного в точке  $x \in [0, 1]$ :

$$U_x = \max\{v - (p_1 + tx); v - (p_2 + t(1 - x)); 0\} \quad (6.4.1)$$

График зависимости полных затрат потребителя  $TC_1(x)$  и  $TC_2(x)$  (по приобретению единицы товара у фирмы 1, либо у фирмы 2 соответственно) от расположения  $x$  этого потребителя на отрезке  $[0, 1]$  представлен на рис. 6.4.2.

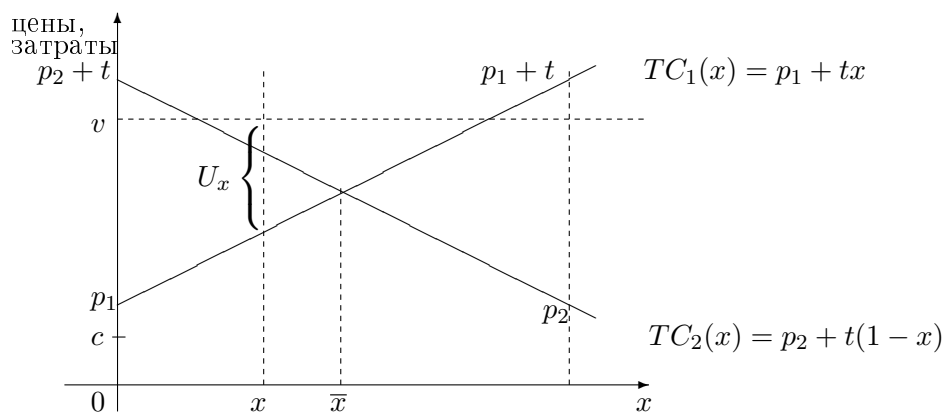


Рис. 6.4.2. Затраты потребителя  $x$  на приобретение товара у разных фирм.

При данном соотношении вектора цен  $(p_1, p_2)$  и вектора параметров модели  $(v, c, t)$  все потребители  $x \in [0, \bar{x}]$  в соответствии с функцией потребительского излишка (6.4.1) купят товар у фирмы 1, все потребители  $x \in (\bar{x}, 1]$  — у фирмы 2, а потребителю  $\bar{x}$  безразлично, у какой фирмы приобрести товар. При этом все потребители будут активны (совершат покупку), а рынок будет "покрыт".

Если на рис. 6.4.2. "опустить" горизонтальную пунктирную прямую, отвечающую параметру  $v$ , ниже уровня  $p_1 + t\bar{x}$ , часть потребителей перестанет приобретать товар (так называемый случай "неполного покрытия рынка"). Можно доказать, что при выполнении условия

$$v > c + 3t \quad (6.4.2)$$

рациональное поведение конкурирующих фирм обязательно приведет к случаю полного покрытия рынка, представленному на рисунке 6.4.2. Ограничимся далее именно этим случаем и найдем симметричное равновесие по Нэшу в рассматриваемой модели пространственной дифференциации.

Нетрудно проверить, что

$$\bar{x} = \frac{t + p_2 - p_1}{2t} \quad (6.4.3)$$

и при условии, что  $\bar{x} \in (0, 1)$ , т.е.  $|p_2 - p_1| < t$ , функции спроса на товар фирмы 1 и 2 примут вид:

$$\begin{cases} q_1(p_1, p_2) = M\bar{x} = (t + p_2 - p_1)\frac{M}{2t} \\ q_2(p_1, p_2) = M(1 - \bar{x}) = (t + p_1 - p_2)\frac{M}{2t} \end{cases} \quad (6.4.4)$$

Проверьте, что функция прибыли фирмы 1 будет квадратичной и вогнутой по цене  $p_1$ , а функция реакции (наилучшего ответа) фирмы 1 при сделанных предложениях примет вид:

$$p_1 = R_1(p_2) = \frac{p_2 + t + c}{2}, \quad p_2 \in (c, c + 3t). \quad (6.4.5)$$

Функция реакции фирмы 2 выглядит симметричным образом:

$$p_2 = R_2(p_1) = \frac{p_1 + t + c}{2}, \quad p_1 \in (c, c + 3t) \quad (6.4.6)$$

Решение системы уравнений (6.4.5) и (6.4.6) приводит к единственному симметричному равновесию по Нэшу

$$p_1^* = p_2^* = c + t. \quad (6.4.7)$$

Отметим, что при  $t \rightarrow 0$  равновесие (6.4.7) будет стремиться к найденному в § 6.1 равновесию Бертрана. С другой стороны, чем выше уровень  $t$  транспортных издержек потребителей (но в диапазоне (6.4.2)), тем выше уровень дифференциации товаров конкурирующих фирм, их равновесные цены и прибыли. Таким образом, фирмы могут рассматривать дифференциацию продукта как инструмент для увеличения своей прибыли.

В случае невыполнения условия (6.4.2) анализ модели линейного города становится более сложным. В таблице 6.4.3 приведена структура симметричных равновесий по Нэшу  $(p_1^*, p_2^*)$  и прибылей конкурирующих фирм в равновесии при различных соотношениях параметров модели  $v, c$  и  $t$ .

N	Связь между $v, c$ и $t$	Равновесные цены	Прибыли фирмы в симметричном $NE$
1	$v > c + \frac{3}{2}t$	$p_1^* = p_2^* = c + t$	$\pi_1^* = \pi_2^* = t \cdot \frac{M}{2}$
2	$v \in (c + t, c + \frac{3}{2}t)$	$p_1^* = p_2^* = v - \frac{t}{2}$	$\pi_1^* = \pi_2^* = (v - \frac{t}{2} - c) \cdot \frac{M}{2}$
3	$v \in (c, c + t)$	$p_1^* = p_2^* = \frac{v+c}{2}$	$\pi_1^* = \pi_2^* = \frac{(v-c)^2}{2t} \cdot \frac{M}{2}$

Таблица 6.4.3 Зависимость структуры равновесия в модели линейного города от вектора параметров  $(v, c, t)$ .

## § 6.5 Модель вертикальной дифференциации в условиях монополии. Поиск оптимальных контрактов (качество – цена).

Ситуацию, когда конкурирующие товары–заменители отличаются более высоким или менее высоким качеством (точнее – оценкой этого качества со стороны потребителей) в микроэкономике принято называть *вертикальной дифференциацией (или дифференциацией по качеству)*. Рассмотрим далее одну из наиболее простых *экономико-математических моделей вертикальной дифференциации в условиях монополии*.

А именно, пусть фирма-монополист может производить и продавать на рассматриваемом локальном рынке с фиксированным числом потребителей товар различного уровня качества. Обозначим через  $q > 0$  количественную меру качества товара (точнее – количественную оценку качества товара со стороны всех потребителей).

Общие издержки, необходимые для производства единицы товара качества  $q$ , обозначим  $C(q)$ . Пусть, для определенности

$$C(q) = q^2, \quad q > 0. \quad (6.5.1)$$

Каждый потребитель готов приобрести не более единицы товара в рассматриваемый временной промежуток.

Неоднородность потребителей характеризуется с помощью одного скалярного параметра  $t > 0$ , где  $tq$  – максимальная цена, которую потребитель

готов заплатить за единицу товара качества  $q$ . Предположим, что параметр  $t$  может принимать только два значения  $t_1$  или  $t_2$ , причем

$$0 < t_1 < t_2.$$

Потребителей с параметром  $t_2$  будем называть потребителями 2-го типа или "*ценителями*" (они готовы больше платить за приращение качества), а потребителей с параметром  $t_1$  – потребителями 1-го типа или "*простыми*" потребителями. Для упрощения дальнейшего анализа, положим, что

$$t_1 > \frac{t_2}{2}, \quad (6.5.2)$$

то есть уровень неоднородности потребителей (или "разброс отношения к качеству" со стороны потребителей) не является очень большим.

Пару  $(q, p)$ , где  $q$  – качество товара, предполагаемого фирмой–монополистом, а  $p$  – его цена, будем называть *контрактом*. С учетом сделанных предположений о типах потребителей стратегией фирмы является выбор пары контрактов  $(q_1, p_1)$  и  $(q_2, p_2)$ , предназначенных для потребителей 1-го и 2-го типа соответственно, причем  $q_1 < q_2$ .

Альтернативами для каждого потребителя являются:

- приобретение единицы товара высокого качества  $q_2$ ,
- приобретение единицы товара менее высокого качества  $q_1$ ,
- отказ от покупки.

Соответствующая функция потребительского излишка (для потребителя  $i$ -го типа,  $i = 1, 2$ ) выглядит следующим образом:

$$CS_i((q_1, p_1); (q_2, p_2)) = \max\{t_i q_2 - p_2, t_i q_1 - p_1, 0\}. \quad (6.5.3)$$

Целью каждого потребителя является максимизация своего потребительского излишка, а целью фирмы – максимизация прибыли.

Найдем сначала пару оптимальных (для монополиста) контрактов при следующих дополнительных предположениях:

- тип каждого потребителя достоверно известен фирме–продавцу,
- монополист имеет возможность делать доступным для конкретного потребителя конкретный контракт.

Отметим, что эти предположения (особенно второе) крайне редко выполняются на практике. Тем не менее, рассмотрим подобную крайнюю ситуацию и назовем ее "*совершенной вертикальной дифференциацией в условиях полной информации*".

При сделанных предположениях задача максимизации прибыли фирмы-монополиста распадается на две отдельные задачи: задача максимизации прибыли от работы с одним простым потребителем

$$\begin{cases} \pi_1(p_1, q_1) = p_1 - C(q_1) \longrightarrow \max_{(q_1, p_1)} \\ t_1 q_1 - p_1 \geq 0 \end{cases} \quad (6.5.4)$$

и задача максимизации прибыли от работы с одним ценителем

$$\begin{cases} \pi_2(p_2, q_2) = p_2 - C(q_2) \longrightarrow \max_{(q_2, p_2)} \\ t_2 q_2 - p_2 \geq 0 \end{cases} \quad (6.5.5)$$

Приведем простое решение задачи (6.5.4) (задача (6.5.5) решается аналогично). Если ограничение в задаче (6.5.4) выполняется как строгое неравенство, фирма может немного увеличить цену  $p_1$  и, тем самым, увеличить свою прибыль.

Поэтому для оптимального контракта  $(q_1^*, p_1^*)$  ограничение должно быть связывающим (или активным):  $p_1 = t_1 q_1$ .

Подставив последнее равенство в целевую функцию, получим:

$$\pi_1(q_1) = t_1 q_1 - C(q_1) = t_1 q_1 - q_1^2 \longrightarrow \max_{q_1}$$

Очевидно, что монополист получит максимальную прибыль от работы с одним простым потребителем при выборе качества  $q_1^* = \frac{t_1}{2}$  (это качество называется *эффективным*). Соответствующий оптимальный контракт

$$\begin{cases} q_1^* = \frac{t_1}{2} \\ p_1^* = t_1 q_1^* = \frac{t_1^2}{2}, \end{cases} \quad (6.5.6)$$

то есть решение задачи (6.5.4) называют *эффективным контрактом* (спланированным фирмой для простого потребителя).

Эффективный контракт, спланированный монополистом для ценителя, то есть решение задачи (6.5.5) выглядит аналогичным образом:

$$\begin{cases} q_2^* = \frac{t_2}{2} \\ p_2^* = t_2 q_2^* = \frac{t_2^2}{2} \end{cases} \quad (6.5.7)$$



Отметим некоторые свойства найденных эффективных контрактов в ситуации совершенной вертикальной дифференциации при полной информации:

- все потребители активны, но каждый потребитель получает нулевой потребительский излишек;
- $q_1^* < q_2^*$ .

Исследуем далее оптимальное поведение фирмы-монополиста при следующих (более естественных) предположениях:

- фирме неизвестен тип каждого конкретного потребителя, однако известна доля  $\alpha$  простых потребителей на рынке (пусть, для определенности и упрощения анализа  $\alpha = \frac{1}{2}$ );
- каждый потребитель может выбрать любой контракт из числа предложенных фирмой-монополистом.

В этом случае задача максимизации ожидаемой прибыли монополиста от одной сделки (с потребителем, чей тип не известен продавцу) может быть записана как следующая задача условной оптимизации

$$\pi((q_1, p_1); (q_2, p_2)) = \frac{1}{2}(p_1 - q_1^2) + \frac{1}{2}(p_2 - q_2^2) \longrightarrow \max_{q_1, p_1, q_2, p_2} \quad (6.5.8)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} t_1 q_1 - p_1 \geq t_1 q_2 - p_2 \\ t_2 q_2 - p_2 \geq t_2 q_1 - p_1 \\ t_1 q_1 - p_1 \geq 0 \\ t_2 q_2 - p_2 \geq 0 \end{array} \right. \quad (6.5.9)$$

$$\left. \begin{array}{l} t_1 q_1 - p_1 \geq t_1 q_2 - p_2 \\ t_2 q_2 - p_2 \geq t_2 q_1 - p_1 \end{array} \right\} \quad (6.5.10)$$

$$\left. \begin{array}{l} t_1 q_1 - p_1 \geq 0 \\ t_2 q_2 - p_2 \geq 0 \end{array} \right\} \quad (6.5.11)$$

$$\left. \begin{array}{l} t_1 q_1 - p_1 \geq 0 \\ t_2 q_2 - p_2 \geq 0 \end{array} \right\} \quad (6.5.12)$$

При выполнении неравенства (6.5.9) контракт  $(q_1, p_1)$  выгоднее для простого потребителя, чем контракт  $(q_2, p_2)$ , поэтому монополист может ожидать, что простой потребитель выберет именно тот контракт, который запланирован фирмой для потребителей этого типа.

Аналогичным образом неравенство (6.5.10) гарантирует, что ценитель не выбирает контракт, спланированный фирмой для простых потребителей. Ограничения (6.5.9) и (6.5.10) будем называть *условиями "согласованности намерений"* (*incentive compatibility*).

Неравенства (6.5.11) и (6.5.12) означают, что выбор собственного контракта, то есть совершение покупки выгоднее для простого потребителя и

для ценителя, чем отказ от покупки. Эти ограничения обычно называют условиями "индивидуальной рациональности" (*individual rationality*).

Выражения  $(p_1 - q_1^2)$  и  $(p_2 - q_2^2)$  в целевой функции представляют собой прибыль фирмы от одной сделки с простым потребителем и ценителем соответственно, а множители перед этими выражениями равны вероятностям того, что выбранный случайным образом потребитель окажется потребителем соответствующего типа. Таким образом, при выполнении неравенства (6.5.9)–(6.5.12) целевая функция (6.5.8) действительно представляет собой ожидаемую прибыль продавца от одной сделки.

Предположим, что решение  $(q_1, p_1, q_2, p_2)$  поставленной задачи (6.5.8) – (6.5.12), то есть пара оптимальных контрактов  $(q_1, p_1)$  и  $(q_2, p_2)$ , максимизирующая прибыль фирмы–монополиста, существует.

Теорема 6.5.1. Для пары оптимальных контрактов  $(q_1, p_1)$  и  $(q_2, p_2)$  в задаче (6.5.8) – (6.5.12) выполнены следующие пять свойств:

- ограничение (6.5.11) является связывающим, то есть

$$p_1 = t_1 q_1 \quad (6.5.13)$$

- ограничение (6.5.10) является связывающим, то есть

$$t_2 q_2 - p_2 = t_2 q_1 - p_1 \quad (6.5.14)$$

- $q_2 \geq q_1$
- ограничения (6.5.9) и (6.5.12) избыточны, то есть следуют из других ограничений.
- ценителю будет предложен товар эффективного качества, то есть

$$q_2 = q_2^* \quad (6.5.15)$$

Докажем, в качестве примера, первое из отмеченных в теореме свойств. Действительно, с учетом (6.5.10), (6.5.11), а также того, что  $q_1 > 0$ ,  $t_2 > t_1 > 0$ , справедлива следующая цепочка неравенств:

$$t_2 q_2 - p_2 \geq t_2 q_1 - p_1 > t_1 q_1 - p_1 \geq 0.$$

Далее проведем доказательство методом "от противного". А именно, предположим, что ограничение (6.5.11) для оптимальной пары контрактов не является связывающим (то есть  $t_1 q_1 - p_1 > 0$ ). Тогда ограничение (6.5.12) также не является связывающим (то есть  $t_2 q_2 - p_2 > 0$ ). В этом случае

фирма–монополист может увеличить цены  $p_1$  и  $p_2$  (на одинаковую малую положительную величину  $\varepsilon > 0$ ), не меняя качества предлагаемых товаров.

Несложно проверить, что измененная пара контрактов  $(q_1, p_1 + \varepsilon)$  и  $(q_2, p_2 + \varepsilon)$  с одной стороны, удовлетворяет всем ограничениям (6.5.9) – (6.5.12), а с другой стороны, доставляет большее значение целевой функции (6.5.8), чем исходная пара контрактов. Следовательно, исходные контракты не были оптимальной парой.

Полученное противоречие вызвано сделанным нами предположением, что  $t_1 q_1 - p_1 > 0$ . Следовательно, это предположение неверно, и ограничение (6.5.11) действительно является связывающим.

Теорема 6.5.1 носит конструктивный характер, поскольку позволяет свести исходную задачу условной оптимизации функции четырех переменных к задаче поиска наибольшего значения функции одной переменной (а именно,  $q_1$ ).

Действительно, оптимальное значение переменной  $q_2$  уже определено в последнем свойстве теоремы 6.5.1, а переменная  $p_1$  связана с переменной  $q_1$  равенством (6.5.13). Кроме того, из (6.5.14), (6.5.15) и (6.5.13) следует, что и переменная  $p_2$  выражается через  $q_1$ :

$$p_2 = t_2 q_2 - t_2 q_1 + p_1 = t_2 \cdot \frac{t_2}{2} - t_2 q_1 + t_1 q_1 = (t_1 - t_2) q_1 + \frac{t_2^2}{2}$$

Исходная целевая функция (6.5.8) может быть записана в виде:

$$\pi(q_1) = \frac{1}{2} \left( t_1 q_1 - q_1^2 + (t_1 - t_2) q_1 + \frac{t_2^2}{2} - \left( \frac{t_2}{2} \right)^2 \right)$$

Последняя квадратичная функция одной переменной  $q_1$  принимает наибольшее возможное значение в точке  $q_1 = t_1 - \frac{t_2}{2}$ .

Напомним, что с учетом предположения (6.5.2) найденное оптимальное значение качества  $q_1$  является положительным.

Запишем окончательно компоненты пары оптимальных контрактов, то есть решение задачи (6.5.8)–(6.5.12):

$$\begin{cases} q_1 = t_1 - \frac{t_2}{2} & (6.5.16) \\ p_1 = t_1 \left( t_1 - \frac{t_2}{2} \right) & (6.5.17) \\ q_2 = q_2^* = \frac{t_2}{2} & (6.5.18) \\ p_2 = (t_1 - t_2) \left( t_1 - \frac{t_2}{2} \right) + \frac{t_2^2}{2} & (6.5.19) \end{cases}$$

Отметим, что при найденном оптимальном поведении фирмы–монополиста простой потребитель остается с нулевым потребителемским излишком (так же, как и в ситуации "совершенной вертикальной дифференциации при полной информации").

В то же время, сравнение (6.5.19) и (6.5.7) показывает, что  $p_2 < p_2^*$ , поэтому даже при оптимальном поведении монополиста в последней изученной модели ценитель получит положительный потребительский излишек (в отличие от ситуации совершенной вертикальной дифференциации при полной информации). Иными словами, отсутствие у продавца достоверной информации о типе конкретного потребителя не меняет оптимального качества товара, производимого для ценителя ( $q_2 = q_2^*$ ), но вынуждает монополиста снизить цену на данный товар ( $p_2 < p_2^*$ ).

Соответствующее приращение потребительского излишка потребителя 2-го типа (то есть ценителя) иногда называют его *информационной рентой*.

## § 6.6 Модель вертикальной дифференциации в условиях олигополистической конкуренции.

Рассмотрим простейшую *модель вертикальной дифференциации в условиях олигополистической конкуренции*, отражающую ситуацию, когда две фирмы конкурируют на одном рынке и предлагают неоднородным потребителям товары–заменители, дифференцированные по качеству. Перечислим базовые предпосылки этой модели, уже использованные нами в модели вертикальной дифференциации в условиях монополии (§ 6.5):

- потребители формируют и используют собственные оценки качества ( $q$ ) предлагаемых товаров, которые играют важную роль в определении верхней границы цены ( $tq$ ), приемлемой для данных потребителей, а также в выборе конкретного товара из числа доступных;
- потребители в разной степени готовы платить более высокую цену за повышение качества предлагаемого товара (то есть имеют определенную "склонность к качеству"  $t$  – единственный параметр неоднородности потребителей), однако все потребители ранжируют доступные на рынке товары–заменители одинаково в случае равенства их цен;
- двумя компонентами стратегии фирмы, предлагающей определенный вид товара потребителям, являются выбор уровня качества  $q$  своего товара и последующий выбор его цены  $p$ .

Перейдем к более формализованному описанию *двухшаговой теоретико-игровой модели вертикальной дифференциации в условиях олигополистической конкуренции (QP-модели)*.

На первом шаге (этап выбора уровня качества)  $n = 2$  фирм одновременно выбирают уровни качества  $q \in [q, \bar{q}] \subset [0, +\infty)$  собственного товара,

достижение которого требует издержек  $FC(q)$ . С точки зрения каждого из конечного числа  $S$  потребителей товары являются заменителями, причем в рассматриваемый временной промежуток потребитель может приобрести не более единицы какого-либо из предложенных товаров.

На втором шаге (этап ценовой конкуренции) фирмы, зная вектор выбранных на первом шаге уровней качеств  $(q_1, q_2)$ ,  $q_1 < q_2$ , одновременно назначают цены на свои товары  $p_1$  и  $p_2$  соответственно.

Реакция потребителей на выбранные фирмами стратегии проявляется в максимизации каждым потребителем своей функции потребительского излишка следующего вида:

$$CS_t(q_1, p_1; q_2, p_2) = \max\{tq_2 - p_2, tq_1 - p_1, 0\}, \quad (6.6.1)$$

где  $t \in [\underline{t}, \bar{t}] \subset [0, +\infty)$  – единственный скалярный параметр неоднородности потребителей, характеризующий готовность данного потребителя платить за повышение качества товара (или "склонность к качеству"). С точки зрения фирм параметр  $t$  является случайной величиной, равномерно распределенной на  $[\underline{t}, \bar{t}]$ .

Отмеченная реакция потребителей на наблюдаемый вектор  $(q_1, p_1; q_2, p_2)$  приводит к *самоотбору потребителей* и однозначному определению доли рынка  $D_1$  и  $D_2$  (см. рис. 6.6.1) и дохода каждой фирмы. На этом же этапе учитываются переменные издержки  $VC_i(q_i, D_i)$ . Целью каждой фирмы считается максимизация прибыли от продажи товаров за рассматриваемый период.

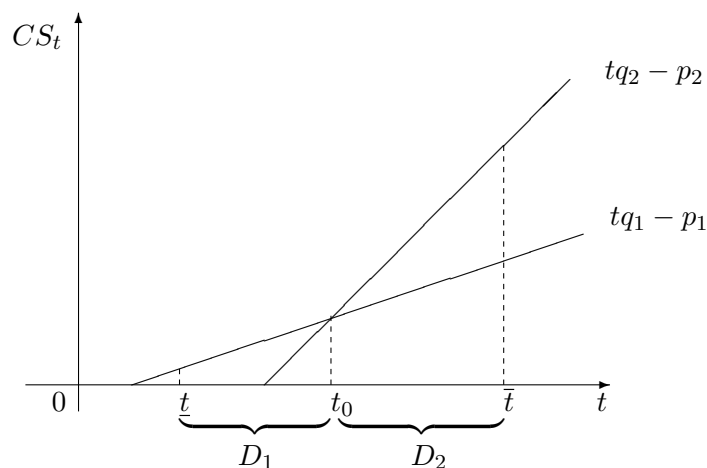


Рис. 6.6.1. Самоотбор потребителей в QP-модели.

Отметим, что точка  $t_0 = \frac{p_2 - p_1}{q_2 - q_1}$  на рис. 6.6.1 отвечает потребителю, для которого покупка товара одной или другой фирмы в равной степени привлекательна:

$$t_0 q_2 - p_2 = t_0 q_1 - p_1.$$

Кроме того, все потребители с параметром  $t \in (t_0, \bar{t}]$  выберут товар второй фирмы (при данном векторе  $(q_1, p_1; q_2, p_2)$ ), а все потребители  $t \in [\underline{t}, t_0)$  выберут товар первой фирмы.

С целью упрощения дальнейшего анализа примем следующие допущения:

$$\bar{t} - \underline{t} = 1, \quad (6.6.3)$$

$$S = 1, \quad (6.6.4)$$

$$FC(q) = 0, \quad (6.6.5)$$

$$VC_i(q_i, D_i) = VC_i(D_i) = c \cdot D_i, \quad (6.6.6)$$

где  $c$  – удельные издержки производства единицы товара (не зависящие от его качества),

$$\bar{t} \geq 2\underline{t}, \quad (6.6.7)$$

$$c + \frac{\bar{t} - 2\underline{t}}{3}(q_2 - q_1) \leq \underline{t}q_1 \quad (6.6.8)$$

Условие (6.6.7) предполагает "достаточный" уровень неоднородности потребителей, то есть существенный "разброс отношения к качеству" (сравните с (6.5.2)). Условие (6.6.8) обеспечивает "покрытие рынка" при использовании фирмами равновесного вектора цен (при этом предположении все потребители будут активны, как это показано на рис. 6.6.1).

В качестве принципа оптимального поведения конкурирующих фирм в подобных многошаговых теоретико-игровых моделях традиционно выбирается так называемое *абсолютное ("совершенное в подыграх") равновесие по Нэшу*. Для его построения сначала необходимо рассмотреть последний этап (этап ценовой конкуренции). Предположим, что  $q_1$  и  $q_2$  – выбранные конкурирующими фирмами на первом этапе уровни качества товаров.

С учетом принятых допущений и обозначения  $\Delta q = q_2 - q_1$  доли рынка конкурирующих фирм (или функции спроса) на этапе ценовой конкуренции примут следующий вид:

$$D_1(q_1, p_1; q_2, p_2) = \frac{p_2 - p_1}{\Delta q} - \underline{t} \quad (6.6.9)$$

$$D_2(q_1, p_1; q_2, p_2) = \bar{t} - \frac{p_2 - p_1}{\Delta q} \quad (6.6.10)$$

Запишем функции прибыли конкурирующих фирм:

$$\pi_1(q_1, p_1; q_2, p_2) = (p_1 - c) \left( \frac{p_2 - p_1}{\Delta q} - \underline{t} \right) \quad (6.6.11)$$

$$\pi_2(q_1, p_1; q_2, p_2) = (p_2 - c) \left( \bar{t} - \frac{p_2 - p_1}{\Delta q} \right) \quad (6.6.12)$$

Используя (6.6.11) и (6.6.12), несложно получить функции реакции конкурирующих фирм (на этапе ценовой конкуренции):

$$p_1 = R_1(p_2) = \frac{1}{2}(p_2 + c - \underline{t} \cdot \Delta q) \quad (6.6.13)$$

$$p_2 = R_2(p_1) = \frac{1}{2}(p_1 + c + \bar{t} \cdot \Delta q) \quad (6.6.14)$$

Равновесие по Нэшу на этапе ценовой конкуренции является решением системы (6.6.13), (6.6.14):

$$\begin{cases} p_1^* = c + \frac{\bar{t} - 2\underline{t}}{3} \cdot \Delta q \\ p_2^* = c + \frac{2\bar{t} - \underline{t}}{3} \cdot \Delta q \end{cases} \quad (6.6.15)$$

Отметим, что  $p_1^* < p_2^*$ . Кроме того, при использовании фирмами равновесного вектора цен (6.6.15) все потребители действительно будут активны ( $\frac{p_1^*}{q_1} \leq \underline{t}$  с учетом условия (6.6.8)).

При подстановке равновесного вектора цен  $(p_1^*, p_2^*)$  в функции прибыли (6.6.11) и (6.6.12) конкурирующих фирм получим:

$$\pi_1(q_1, q_2) = \frac{(\bar{t} - 2\underline{t})^2}{9} \cdot \Delta q = \frac{(\bar{t} - 2\underline{t})^2}{9} \cdot (q_2 - q_1) \quad (6.6.16)$$

$$\pi_2(q_1, q_2) = \frac{(2\bar{t} - \underline{t})^2}{9} \cdot \Delta q = \frac{(2\bar{t} - \underline{t})^2}{9} \cdot (q_2 - q_1) \quad (6.6.17)$$

Перейдем к поиску оптимального поведения фирм на этапе выбора качества (в предположении, что на этапе ценовой конкуренции фирмы выбирают равновесные цены по правилу (6.6.15)). Напомним, что фирмы могут выбирать качество своего товара из отрезка  $[\underline{q}, \bar{q}]$ . Следовательно

$$\underline{q} \leq q_1 < q_2 \leq \bar{q} \quad (6.6.18)$$

Простая структура функций прибыли (6.6.16) и (6.6.17) позволяет (без дополнительных вычислений) сделать следующий вывод:

- Прибыль каждой фирмы прямо пропорционально степени дифференциации по качеству  $\Delta q$ , поэтому фирма 1 заинтересована в снижении качества  $q_1$  своего товара, а фирма 2 – в повышении качества  $q_2$  своего товара.

С учетом ограничения (6.6.18) запишем оптимальные уровни качества  $q_1^*$  и  $q_2^*$  (выбираемые фирмами в равновесии на этапе конкуренции по качеству).

$$q_1^* = \underline{q}, \quad q_2^* = \bar{q} \quad (6.6.19)$$

Окончательно, построенное абсолютное равновесие в рассмотренной  $QP$ -модели примет вид:

$$\begin{cases} q_1^* = \underline{q} \\ q_2^* = \bar{q} \\ p_1^*(\underline{q}, \bar{q}) = c + \frac{\bar{t}-2\underline{t}}{3}(\bar{q} - \underline{q}) \\ p_2^*(\underline{q}, \bar{q}) = c + \frac{2\bar{t}-\underline{t}}{3}(\bar{q} - \underline{q}) \end{cases} \quad (6.6.20)$$

При использовании фирмами найденных равновесных стратегий дифференциация по качеству будет максимальной. Отметим, что этот вывод существенным образом зависит от допущений (6.6.5) и (6.6.6) о структуре издержек конкурирующих фирм. При выборе более сложной (и адекватной действительности) структуры постоянных и переменных затрат результаты исследования подобных моделей вертикальной дифференциации могут быть иными (см. хрестоматию к теме 6).

## Выводы:

- В модели дуополии Бертрана существует единственное симметричное равновесие по Нэшу, при этом прибыль каждой фирмы равна нулю (так называемый "парадокс Бертрана").
- Функция реакции первой фирмы  $q_1 = R_1(q_2)$  в модели дуополии Курно для каждого значения выпуска  $q_2$  конкурента показывает тот объем выпуска  $q_1$  первой фирмы, который доставляет максимальное значение ее прибыли  $\pi_1(q_1, q_2)$ .
- Равновесию Курно отвечает точка пересечения кривых реагирования конкурирующих фирм в пространстве их стратегий.
- Равновесие Курно является равновесием по Нэшу, но не является оптимальным по Парето.
- Переход от равновесия Курно к равновесию по Штакельбергу приводит к увеличению совокупного выпуска и снижению цены.
- Одной из наиболее известных моделей пространственной дифференциации является модель линейного города Хотеллинга.



- Структура симметричного равновесия по Нэшу в модели линейного города Хотеллинга существенным образом зависит от соотношения между тремя параметрами модели.
- В случае "совершенной вертикальной дифференциации при полной информации" в простейшей модели дифференциации по качеству в условиях монополии все потребители активны, но каждый потребитель получает нулевой потребительский излишек.
- Отсутствие у продавца достоверной информации о типе конкретного потребителя (в модели вертикальной дифференциации в условиях монополии) не меняет оптимального качества товара, производимого для "ценителя", но вынуждает монополиста снизить цену на данный товар. Существующее приращение потребительского излишка ценителя называют его информационной рентой.
- В двухшаговой теоретико-игровой модели вертикальной дифференциации в условиях олигополистической конкуренции ( $QP$ -модели) на первом шаге фирмы выбирают уровни качества своего товара (этап выбора качества), а на втором – назначают цены на свои товары (этап ценовой конкуренции).
- Для построения абсолютного равновесия по Нэшу в  $QP$ -модели сначала необходимо рассмотреть поведение фирм на втором шаге (то есть на этапе ценовой конкуренции).
- При сделанных предположениях в  $QP$ -модели использование фирмами равновесных стратегий приводит к максимальной дифференциации по качеству.

## Вопросы для самопроверки

1. Перечислите общие черты и отличия в предположениях модели дуополии Курно и модели дуополии Бертрана.
2. Перечислите общие черты и отличия в результатах исследования модели Курно и модели Бертрана.
3. Что называют "парадоксом Бертрана"?
4. Что называют функцией реакции второй фирмы в модели дуополии Курно?

5. Запишите аналитическое и графическое определение равновесия Курно.
6. Где расположена точка  $S_q^2$ , отвечающая 2-равновесию по Штакельбергу, на рис. 6.2.1?
7. Докажите, что равновесие Курно является равновесием по Нэшу.
8. Докажите, что равновесие Курно и равновесия по Штакельбергу не оптимальны по Парето.
9. Что общего и в чем различия в поведении конкурирующих фирм в равновесии по Курно и равновесии по Штакельбергу?
10. К чему приводит объединение фирм в картель в модели Курно?
11. К чему приводит "борьба за лидерство" в модели дуополии Курно?
12. Поясните экономический смысл каждого параметра в модели линейного города Хотеллинга.
13. Объясните, как происходит "самоотбор" потребителей в модели линейного города Хотеллинга.
14. Используя таблицу 6.4.3, проведите анализ на чувствительность в модели линейного города Хотеллинга.
15. Как формализуется неоднородность потребителей в модели вертикальной дифференциации в условиях монополии?
16. Перечислите общие черты и отличия в модели совершенной ценовой дискриминации (§ 5.4) и в модели "совершенной вертикальной дифференциации в условиях полной информации" (§ 6.5).
17. Что называют эффективным контрактом?
18. В чем смысл условий "согласованности намерений" и "индивидуальной рациональности" в модели вертикальной дифференциации при монополии (в условиях неполной информации)?
19. В чем заключается "конструктивный характер" теоремы 6.5.1?
20. Поясните термин "информационная рента".
21. Какой объем информации и каковы стратегии конкурирующих фирм на каждом этапе  $QP$ -модели?

22. Почему рисунок 6.6.1 отвечает случаю "полного покрытия рынка"?
23. Поясните последовательность действий при построении абсолютного равновесия по Нэшу в  $QP$ -модели.
24. Как влияет повышение качества  $q_2$  на прибыль первой фирмы в  $QP$ -модели (при условии использования фирмами равновесного вектора цен на этапе ценовой конкуренции)?

## Библиография

- [1] Хэл Р.Вэриан. Микроэкономика. Промежуточный уровень. Современный подход. М., ЮНИТИ, 1997 (перевод книги Hal R. Varian. Intermediate Microeconomics (A Modern Approach, 3<sup>rd</sup> Edition) W.W.Norton & Company, 1992).
- [2] Л. С. Тарасевич, П. И. Гребенников, А. И. Леусский. Микроэкономика. М., Юрайт-Издат, 2003.
- [3] A.Mas-Colell, M.D.Winston, J.R.Green. Microeconomic Theory. Oxford Univ. Press, 1995.
- [4] Hal R.Varian. Microeconomic Analysis, 3rd Ed. W.W.Norton & Company, 1992.
- [5] В.М.Гальперин, С.М.Игнатъев, В.И.Моргунов. Микроэкономика. СПб., Экономическая школа, 1998.
- [6] Carl P.Simon, Lawrence Blume. Mathematics for Economists. W.W.Norton & Company, 1994.
- [7] Ж.Тироль. Рынки и рыночная власть: теория организации промышленности. т. 1,2 (перевод под ред. В.М.Гальперина и Н.А.Зенкевича). СПб., "Экономическая школа", 2000.
- [8] B. Salanie. The Economics of Contracts. MIT Press, 1998.