

ЗАДАНИЕ № 4. РЕШЕНИЕ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ЛАПЛАСА И ПУАССОНА

1. Решить задачу Дирихле для уравнения Лапласа в области, форма которой представляет собой внутренность квадрата $[0, L] \times [0, L]$ с внутренним вырезом $[0.25L, 0.75L] \times [0.25L, 0.75L]$. Длина стороны квадрата $L = 10$. На нижней стороне искомая функция равна 0, на верхней стороне она равна 10, на боковых сторонах функция линейно меняется от 0 до 10, а на всех сторонах выреза искомая функция равна 20.

Решение задачи осуществить с использованием схемы второго порядка аппроксимации на пятиточечном шаблоне на равномерных сетках с разбиениями 100×100 и 500×500 . Для решения задачи использовать итерационный метод Либмана. Вывести графики решения как поверхности в пространстве (x, y, U) для случая каждого разбиения при 100, 1000, 10000 и 30000 итераций метода Либмана.

2. Решить задачу Дирихле для уравнения Лапласа в области, форма которой представляет собой внутренность квадрата $[0, L] \times [0, L]$. Длина стороны квадрата $L = 10$. На нижней стороне искомая функция равна 0, на верхней стороне она равна 10, на боковых сторонах функция линейно меняется от 0 до 10.

Решение задачи осуществить с использованием схемы второго порядка аппроксимации на пятиточечном шаблоне на равномерных сетках с разбиениями 100×100 и 500×500 . Для решения задачи использовать итерационный метод Либмана. Вывести графики решения как поверхности в пространстве (x, y, U) для случая каждого разбиения при 100, 1000 и 10000 итераций метода Либмана.

3. Решить задачу Дирихле для уравнения Пуассона в области, форма которой представляет собой внутренность квадрата $[0, L] \times [0, L]$. Длина стороны квадрата $L = 10$. На всех сторонах квадрата поставлены нулевые граничные условия. Неоднородный член равен $f(x, y) = x^2 + y^2$.

Решение задачи осуществить с использованием схемы второго порядка аппроксимации на пятиточечном шаблоне на равномерных сетках с разбиениями 100×100 и 500×500 . Для решения задачи использовать итерационный метод Либмана. Вывести графики решения как поверхности в пространстве (x, y, U) для случая каждого разбиения при 100, 1000 и 20000 итераций метода Либмана.

4. Решить задачу Дирихле для уравнения Пуассона в области, форма которой представляет собой внутренность квадрата $[0, L] \times [0, L]$. Длина стороны квадрата $L = 10$. На всех сторонах квадрата поставлены нулевые граничные условия. Неоднородный член равен 2.

Решение задачи осуществить с использованием схемы второго порядка аппроксимации на пятиточечном шаблоне на равномерных сетках с разбиениями 100×100 и 500×500 . Для решения задачи использовать итерационный метод Либмана. Вывести графики решения как поверхности в пространстве (x, y, U) для случая каждого разбиения при 100, 1000 и 20000 итераций метода Либмана.

5. Решить задачу Дирихле для уравнения Пуассона в области, форма которой представляет собой внутренность квадрата $[0, L] \times [0, L]$. Длина стороны квадрата $L = 10$. На всех сторонах квадрата поставлены нулевые граничные условия. Неоднородный член равен $f(x) = \sin(2x)$.

Решение задачи осуществить с использованием схемы второго порядка аппроксимации на пятиточечном шаблоне на равномерных сетках с разбиениями 100×100 и 500×500 . Для решения задачи использовать итерационный метод Либмана. Вывести графики решения как поверхности в пространстве (x, y, U) для случая каждого разбиения при 100, 1000 и 20000 итераций метода Либмана.

6. Решить задачу Дирихле для уравнения Пуассона в области, форма которой представляет собой внутренность квадрата $[0, L] \times [0, L]$. Длина стороны квадрата $L = 10$. На всех сторонах квадрата поставлены нулевые граничные условия. Неоднородный член равен $f = -5$.

Решение задачи осуществить с использованием схемы второго порядка аппроксимации на пятиточечном шаблоне на равномерных сетках с разбиениями 100×100 и 500×500 . Для решения задачи использовать итерационный метод Либмана. Вывести графики решения как поверхности в пространстве (x, y, U) для случая каждого разбиения при 100, 1000 и 20000 итераций метода Либмана.

7. Решить задачу Дирихле для уравнения Пуассона в области, форма которой представляет собой внутренность квадрата $[0, L] \times [0, L]$. Длина стороны квадрата $L = 10$. На нижней стороне искомая функция равна 0, на верхней стороне она равна 10, на боковых сторонах функция линейно меняется от 0 до 10. Неоднородный член равен $f = 1$.

Решение задачи осуществить с использованием схемы второго порядка аппроксимации на пятиточечном шаблоне на равномерных сетках с разбиениями 100×100 и 500×500 . Для решения задачи использовать итерационный метод Либмана. Вывести графики решения как поверхности в пространстве (x, y, U) для случая каждого разбиения при 100, 1000 и 10000 итераций метода Либмана.

8. Решить задачу Дирихле для уравнения Пуассона в области, форма которой представляет собой внутренность квадрата $[0, L] \times [0, L]$. Длина стороны квадрата $L = 10$. На нижней стороне искомая функция равна 0, на верхней стороне она равна 10, на боковых сторонах функция линейно меняется от 0 до 10. Неоднородный член равен $f = -2$.

Решение задачи осуществить с использованием схемы второго порядка аппроксимации на пятиточечном шаблоне на равномерных сетках с разбиениями 100×100 и 500×500 . Для решения задачи использовать итерационный метод Либмана. Вывести графики решения как поверхности в пространстве (x, y, U) для случая каждого разбиения при 100, 1000 и 10000 итераций метода Либмана.

9. Решить задачу Дирихле для уравнения Лапласа в области, форма которой представляет собой внутренность квадрата $[0, L] \times [0, L]$ с внутренним вырезом $[0.5L, 0.75L] \times [0.25L, 0.3L]$. Длина стороны квадрата $L = 10$. На нижней стороне искомая функция равна 0, на верхней стороне она равна 10, на боковых сторонах функция линейно меняется от 0 до 10, а на всех сторонах выреза искомая функция равна 20.

Решение задачи осуществить с использованием схемы второго порядка аппроксимации на пятиточечном шаблоне на равномерных сетках с разбиениями 100×100 и 500×500 . Для решения задачи использовать итерационный метод Либмана. Вывести графики решения как поверхности в пространстве (x, y, U) для случая каждого разбиения при 100, 1000, 10000 и 30000 итераций метода Либмана.

10. Решить задачу Дирихле для уравнения Пуассона в области, форма которой представляет собой внутренность квадрата $[0, L] \times [0, L]$ с внутренним вырезом $[0.5L, 0.75L] \times [0.25L, 0.3L]$. Длина стороны квадрата $L = 10$. На нижней стороне искомая функция равна 0, на верхней стороне она равна 10, на боковых сторонах функция линейно меняется от 0 до 10, а на всех сторонах выреза искомая функция равна 20. Неоднородный член равен -1 .

Решение задачи осуществить с использованием схемы второго порядка аппроксимации на пятиточечном шаблоне на равномерных сетках с разбиениями 100×100 и 500×500 . Для решения задачи использовать итерационный метод Либмана. Вывести графики решения как поверхности в пространстве (x, y, U) для случая каждого разбиения при 100, 1000, 10000 и 30000 итераций метода Либмана.

11. Решить задачу Дирихле для уравнения Пуассона в области, форма которой представляет собой внутренность квадрата $[0, L] \times [0, L]$ с внутренним вырезом $[0.5L, 0.75L] \times [0.25L, 0.3L]$. Длина стороны квадрата $L = 10$. На нижней стороне искомая функция равна 0, на верхней стороне она равна 10, на боковых сторонах функция линейно меняется от 0 до 10, а на всех сторонах выреза искомая функция равна 20. Неоднородный член равен $f(x, y) = 10 \sin(xy)$.

Решение задачи осуществить с использованием схемы второго порядка аппроксимации на пятиточечном шаблоне на равномерных сетках с разбиениями 100×100 и 500×500 . Для решения задачи использовать итерационный метод Либмана. Вывести графики решения как поверхности в пространстве (x, y, U) для случая каждого разбиения при 100, 1000, 10000 и 30000 итераций метода Либмана.

12. Решить задачу Дирихле для уравнения Лапласа в области, форма которой представляет собой внутренность квадрата $[0, L] \times [0, L]$. Длина стороны квадрата $L = 10$. На нижней и боковых сторонах квадрата искомая функция равна 0, на верхней стороне она задается как $f(x) = -10x(x - L)$.

Решение задачи осуществить с использованием схемы второго порядка аппроксимации на пятиточечном шаблоне на равномерных сетках с разбиениями 100×100 и 500×500 . Для решения задачи использовать итерационный метод Либмана. Вывести графики решения как поверхности в пространстве (x, y, U) для случая каждого разбиения при 100, 1000 и 10000 итераций метода Либмана.

13. Решить задачу Дирихле для уравнения Лапласа в области, форма которой представляет собой внутренность квадрата $[0, L] \times [0, L]$. Длина стороны квадрата $L = 10$. На боковых сторонах квадрата искомая функция равна 0, на верхней и нижней сторонах она задается как $f(x) = -10x(x - L)$.

Решение задачи осуществить с использованием схемы второго порядка аппроксимации на пятиточечном шаблоне на равномерных сетках с разбиениями 100×100 и 500×500 . Для решения задачи использовать итерационный метод Либмана. Вывести графики решения как поверхности в пространстве (x, y, U) для случая каждого разбиения при 100, 1000 и 10000 итераций метода Либмана.

14. Решить задачу Дирихле для уравнения Лапласа в области, форма которой представляет собой внутренность квадрата $[0, L] \times [0, L]$. Длина стороны квадрата $L = 10$. На боковых сторонах квадрата искомая функция равна 0, на верхней стороне она задается как $f(x) = -10x(x - L)$, а на нижней стороне — как $f(x) = 10x(x - L)$.

Решение задачи осуществить с использованием схемы второго порядка аппроксимации на пятиточечном шаблоне на равномерных сетках с разбиениями 100×100 и 500×500 . Для решения задачи использовать итерационный метод Либмана. Вывести графики решения как поверхности в пространстве (x, y, U) для случая каждого разбиения при 100, 1000 и 10000 итераций метода Либмана.

15. Решить задачу Дирихле для уравнения Пуассона в области, форма которой представляет собой внутренность квадрата $[0, L] \times [0, L]$. Длина стороны квадрата $L = 10$. На нижней и боковых сторонах квадрата искомая функция равна 0, на верхней стороне она задается как $f(x) = -10x(x - L)$. Неоднородный член равен -1 .

Решение задачи осуществить с использованием схемы второго порядка аппроксимации на пятиточечном шаблоне на равномерных сетках с разбиениями 100×100 и 500×500 . Для решения задачи использовать итерационный метод Либмана. Вывести графики решения как поверхности в пространстве (x, y, U) для случая каждого разбиения при 100, 1000 и 10000 итераций метода Либмана.

16. Решить задачу Дирихле для уравнения Пуассона в области, форма которой представляет собой внутренность квадрата $[0, L] \times [0, L]$. Длина стороны квадрата $L = 10$. На боковых сторонах квадрата искомая функция равна 0, на верхней стороне она также равна 0, а на нижней стороне — задается как $f(x) = -10x(x - L)$. Неоднородный член равен 15.

Решение задачи осуществить с использованием схемы второго порядка аппроксимации на пятиточечном шаблоне на равномерных сетках с разбиениями 100×100 и 500×500 . Для решения задачи использовать итерационный метод Либмана. Вывести графики решения как поверхности в пространстве (x, y, U) для случая каждого разбиения при 100, 1000 и 10000 итераций метода Либмана.

17. Решить задачу Дирихле для уравнения Пуассона в области, форма которой представляет собой внутренность квадрата $[0, L] \times [0, L]$. Длина стороны квадрата $L = 10$. На боковых сторонах квадрата искомая функция равна 0, на верхней стороне она также равна 0, а на нижней стороне — задается как $f(x) = -10x(x - L)$. Неоднородный член равен -20 .

Решение задачи осуществить с использованием схемы второго порядка аппроксимации на пятиточечном шаблоне на равномерных сетках с разбиениями 100×100 и 500×500 . Для решения задачи использовать итерационный метод Либмана. Вывести графики решения как поверхности в пространстве (x, y, U) для случая каждого разбиения при 100, 1000 и 10000 итераций метода Либмана.

18. Решить задачу Дирихле для уравнения Пуассона в области, форма которой представляет собой внутренность квадрата $[0, L] \times [0, L]$. Длина стороны квадрата $L = 10$. На боковых сторонах квадрата искомая функция равна 0, на верхней стороне она также равна 0, а на нижней стороне — задается как $f(x) = -10x(x - L)$. Неоднородный член задан как $f(x) = 12 \sin(x)$.

Решение задачи осуществить с использованием схемы второго порядка аппроксимации на пятиточечном шаблоне на равномерных сетках с разбиениями 100×100 и 500×500 . Для решения задачи использовать итерационный метод Либмана. Вывести графики решения как поверхности в пространстве (x, y, U) для случая каждого разбиения при 100, 1000 и 10000 итераций метода Либмана.

19. Решить задачу Дирихле для уравнения Пуассона в области, форма которой представляет собой внутренность квадрата $[0, L] \times [0, L]$. Длина стороны квадрата $L = 10$. На боковых сторонах квадрата искомая функция равна 0, на верхней стороне она также равна 0, а на нижней стороне — задается как $f(x) = -10x(x - L)$. Неоднородный член задан как $f(x, y) = 40 \sin(xy)$.

Решение задачи осуществить с использованием схемы второго порядка аппроксимации на пятиточечном шаблоне на равномерных сетках с разбиениями 100×100 и 500×500 . Для решения задачи использовать итерационный метод Либмана. Вывести графики решения как поверхности в пространстве (x, y, U) для случая каждого разбиения при 100, 1000 и 10000 итераций метода Либмана.

20. Решить задачу Дирихле для уравнения Пуассона в области, форма которой представляет собой внутренность квадрата $[0, L] \times [0, L]$. Длина стороны квадрата $L = 10$. На боковых сторонах квадрата искомая функция равна 0, на верхней стороне она также равна 0, а на нижней стороне — задается как $f(x) = x(x - L)$. Неоднородный член задан как $f(x, y) = 60 \sin(2xy)$.

Решение задачи осуществить с использованием схемы второго порядка аппроксимации на пятиточечном шаблоне на равномерных сетках с разбиениями 100×100 и 500×500 . Для решения задачи использовать итерационный метод Либмана. Вывести графики решения как поверхности в пространстве (x, y, U) для случая каждого разбиения при 100, 1000 и 10000 итераций метода Либмана.