ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

(в курсе «Современные проблемы естествознания», 6 семестр 2012-2013 учебного года, 361 группа)

Составитель: к. ф.-м. н., доцент Г. В. Кривовичев

Литература:

1. Арушанян О. Б., Залеткин С. Ф. – Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений на Фортране. – М.: Изд-во МГУ, 1990 г. 336 с.
2. Вержбицкий В. М. – Основы численных методов. – М.: «Высшая школа», 2002 г. 840 с.
3. Деккер К., Вервер Я. – Устойчивость методов Рунге – Кутты для жестких нелинейных дифференциальных уравнений. – М.: Мир, 1988 г. 335 с.
4. Самарский А. А. – Введение в численные методы. – СПб.: «Лань», 2005 г. 288 с.
5. Федоренко Р .П. – Введение в вычислительную физику. – Долгопрудный: Изд. дом «Интеллект», 2008 г. 504 с.
6. Хайрер Э., Ваннер Г. – Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Дифференциально-алгебраические и жесткие задачи. – М.: Мир, 1999 г. 685 с.
7. Хайрер Э., Нёрсетт С., Ваннер Г. – Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи. – М.: Мир, 1990 г. 512 с.
8. Hairer E., Norsett S. P., Wanner G. – Solving ordinary differential equations I. Nonstiff problems. Second edition. Springer-Verlag, 1992.

1. Понятие о численных методах решения задачи Коши. Идея дискретизации. Проблемы, возникающие при построении численных методов. Классификация численных методов. Метод рядов Тейлора ([1(с. 55-56)])
2. Явные методы Рунге – Кутты. Общее представление. Основные понятия: число этапов метода, порядок точности, локальная погрешность, главный член локальной погрешности. Общая идея нахождения коэффициентов метода. Барьеры Бутчера ([1, с. 57; 7, с. 139-140, с. 198-203])
3. Построение одноэтапных и двухэтапных явных методов Рунге – Кутты. Геометрическая интерпретация ([1, с. 57-61])
4. Классификация погрешностей явных методов Рунге – Кутты. Представление полной погрешности ([1, с. 64-67])
5. Представление полной погрешности. Мажорантная оценка полной погрешности ([1, с. 67-69])
6. Асимптотическая оценка полной погрешности. Метод Рунге апостериорной оценки глобальной погрешности и подход к оптимальному выбору шага ([1, с. 69-73])
7. Метод Рунге оценки локальной погрешности. Алгоритм адаптивного выбора шага ([1, с. 73-76; 7, с. 175-177])
8. Комбинация независимых формул. Вложенные методы. Схемы Фельберга и Дормана – Принса ([1, с. 76-82; 7, с. 178-186])
9. Оценка погрешности, получаемая с использованием вложенного метода. Адаптивный выбор шага. Случай системы уравнений ([1, с. 82-86; 7, с. 177-178; 8, с. 167-168])
10. Экстраполяционные методы. Основные этапы. Примеры последовательностей. Линейная экстраполяция ([конспект; 7, с. 234-237])
11. Общее представление линейных многошаговых методов. Понятия локальной погрешности и порядка. Теорема о связи порядка метода и коэффициентов (с доказательством) ([7, с. 335-338])

12. Теорема о связи порядка метода и коэффициентов (без доказательства). Метод неопределенных коэффициентов. Примеры ([1, с. 95-99; конспект])
13. Постановка задачи интерполяции. Полиномиальная интерполяция. Интерполяционный полином Лагранжа ([2, с. 328-340])
14. Конечные разности таблично заданных функций. Интерполяционные полиномы Ньютона ([2, с. 346-365])
15. Формулы численного дифференцирования. Построение многошаговых методов с помощью формул численного дифференцирования. ([1, с. 164-168; 2, с. 510-524])
16. Интегро-интерполяционный подход к построению линейных многошаговых методов. Методы Адамса – Бэшфорта. Методы Адамса – Мултона. Методы типа «предиктор–корректор» ([2, с. 558-568])
17. Проблема сходимости. Определения аппроксимации, устойчивости и сходимости для абстрактного представления численного метода. Теорема Лакса – Филлипова – Рябенького ([5, с. 60–62])
18. Разностные аппроксимации дифференциальных операторов. Аппроксимация с порядком, простейшие примеры ([4, с. 139-142; конспект])
19. Линейные разностные уравнения. Представление решения. Устойчивость по Ляпунову, асимптотическая устойчивость. Критерий устойчивости ([4, с. 26-32; конспект])
20. Устойчивость по Далквисту. Строгая и слабая устойчивость. Простейшие примеры. Первый барьер Далквиста. Область устойчивости. А–устойчивость. А(альфа)–устойчивость. Пример исследования устойчивости неявного двухшагового метода. ([2, с. 610-614; 7, с. 346-351])
21. Устойчивость явных методов Рунге – Кутты. Функция устойчивости. Представления для функции устойчивости ([6, с. 25-27])
22. Задача Гира – Шампайна. Первое определение жесткости ([3, с. 16-17])
23. Жесткость задач для линейных систем ОДУ. Второе определение жесткости ([3, с. 17-20])