

МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

(для направления 010900: Прикладные математика и физика)

Лектор: к.ф.-м.н., доцент Г. В. Кривовичев

Введение

Сводка основных понятий и определений. Задачи условного и безусловного экстремума. Задачи математического программирования.

Элементы выпуклого анализа и нелинейного программирования

Выпуклые множества. Операции с выпуклыми множествами. Выпуклые комбинации. Выпуклые оболочки. Примеры.

Выпуклые функции. Характеристическое свойство выпуклой функции. Критерий выпуклости в терминах первых производных. Критерий выпуклости в терминах вторых производных. Примеры. Выпуклость квадратичной функции. Геометрический критерий выпуклости.

Экстремум выпуклой функции. Глобальные и локальные минимумы выпуклой функции. Условие в терминах первой производной. Вариационное неравенство. Производные по направлению. Субградиент и субдифференциал. Условие экстремума в терминах субдифференциала.

Задача выпуклого программирования. Функция Лагранжа. Седловая точка. Достаточное условие оптимальности. Теорема Куна — Таккера.

Численные методы решения задач оптимизации

Классификация численных методов. Обзор общих принципов построения.

Методы безусловной оптимизации. Градиентные методы. Экстремальное свойство градиента. Метод наискорейшего спуска. Случай квадратичной функции. Геометрический смысл. Овражные функции. Теоремы о сходимости. Непрерывный градиентный метод. Метод сопряженных направлений. Метод Ньютона. Квазиньютоновские алгоритмы.

Методы условной оптимизации. Проекция точки на множество. Свойства оператора проектирования. Метод проекции градиента. Метод условного градиента. Штрафные функции. Свойства штрафных функций. Индикаторные функции.

Динамическое программирование

Задачи оптимального управления. Задачи Лагранжа, Майера, Больца. Принцип оптимальности Р. Беллмана. Уравнение Беллмана как необходимое и достаточное условие оптимальности. Алгоритм решения задач методом динамического программирования. Примеры. Решение линейно-квадратичной задачи.

Динамическое программирование для дискретных систем. Построение дискретной системы. Функция Беллмана и уравнение Беллмана в дискретном случае. Теоремы обоснования. Применение метода динамического программирования к решению задач нелинейного программирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Васильев Ф. П. — Методы оптимизации. М.: Факториал Пресс, 2002 г. 824 с.
2. Демьянов В. Ф. — Условия экстремума и вариационное исчисление. М.: Высшая школа, 2005 г. 335 с.
3. Зубов В. И. — Лекции по теории управления. СПб.: Лань, 2009 г. 496 с.