

Контрольная работа № 1

Используя метод конечных разностей, получить численное решение задачи вариационного исчисления с закрепленными концами для интегрального функционала:

$$I(y) = \int_a^b F(x, y(x), y'(x)) dx, \quad y(a) = A, \quad y(b) = B.$$

Численное решение задачи получить на равномерной сетке из N узлов. Для вычисления использовать составные квадратурные формулы левых и(или) правых прямоугольников. Производные в узлах сетки аппроксимировать с использованием левых и(или) правых и(или) центральных разностных производных. Решение полученной после дискретизации СЛАУ получить с использованием подпрограмм известных пакетов прикладных программ.

В качестве входного параметра программы должно выступать число узлов сетки N . Численное решение задачи получить на сетках из 10, 25, 50 и 100 узлов. На одном графике сравнить полученные численные решения с аналитическим решением задачи, полученном с использованием уравнения Эйлера.

Варианты заданий:

1. $F = e^x (y^2 + \frac{1}{2}y'^2)$, $a = 0, b = 1$, $A = 1, B = e$.
2. $F = y'^2$, $a = 0, b = 1$, $A = 0, B = 3$.
3. $F = (1 + x)y'^2$, $a = 0, b = 1$, $A = 0, B = 1$.
4. $F = y^2 - y'^2$, $a = 0, b = \pi/2$, $A = 1, B = 1$.
5. $F = y'(1 + x^2y')$, $a = -1, b = 2$, $A = 1, B = 4$.
6. $F = y^2 - y'^2$, $a = 0, b = \alpha$, $A = 0, B = 0$.
7. $F = y'^2 - y^2$, $a = 0, b = \pi$, $A = 1, B = -1$.
8. $F = y'^2 + x$, $a = 0, b = 1$, $A = 1, B = 2$.
9. $F = y'^2 + xy'$, $a = 0, b = 2$, $A = 1, B = -1$.
10. $F = y'^2 + 12y'$, $a = 1, b = 4$, $A = 0, B = 2$.
11. $F = y'^2 + 12y' - 3y$, $a = 1, b = 2$, $A = 0, B = -4$.
12. $F = y'^2 - 3y + 5$, $a = 1, b = 3$, $A = 1, B = 2$.
- 13 (неэтичный вариант). $F = 3y^2 - 12y'^2 + 5$, $a = 0, b = 5$, $A = 0, B = 0$.