ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПОЛЯ. ЗАНЯТИЕ № 3

1. Определить координатные линии, координатные поверхности, орты ортогональной криволинейной системы координат и выписать выражения для дивергенции и ротора в случае: а) цилиндрических координат; б) сферических координат.

2. Найти дивергенцию векторного поля $\varphi\mathbf{A}$, где φ — скалярная функция. Выписать ответ в координатной и векторной формах.

3. Пользуясь формулой Гаусса—Остроградского, вычислить поток векторного поля $\mathbf{A} = (x^2, y^2, z^2)^T$ через замкнутую поверхность $x^2+y^2+z^2 = R^2, z = 0, z > 0$.

4. Пользуясь формулой Гаусса—Остроградского, вычислить поток векторного поля

$$\mathbf{A} = \left(\frac{x^2y}{1+y^2} + 6yz^2, 2x\arctan(y), -\frac{2xz(1+y)+1+y^2}{1+y^2}\right)^T$$

через внешнюю сторону части поверхности $z = 1-x^2-y^2$,расположенной над плоскостью xOy.

5. Найти ротор вектора векторного поля $\mathbf{A} = (x+z, y+z, x^2+z)^T$.

6. Пользуясь формулой Стокса, найти циркуляцию векторного поля $\mathbf{A} = (y, x^2, -z)^T$ по контуру $x^2+y^2 = 4, z = 3$.

7. Пользуясь формулой Стокса, найти циркуляцию векторного поля $\mathbf{A} = (2xz, -y, z)^T$ по контуру, образованному пересечением плоскости $x+y+2z = 2$ с координатными плоскостями.

8. Пользуясь формулой Стокса, найти циркуляцию векторного поля $\mathbf{A} = (z^2, 0, 0)^T$ по контуру, образованному первым октантом сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 16$.