

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО КУРСУ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

1. Задачи для уравнения Фредгольма. Для уравнения Фредгольма второго рода:

$$y(x) = \lambda \int_a^b K(x, t)y(t)dt + f(x), \quad x \in [a, b],$$

решить следующие задачи:

1. Исследовать разрешимость уравнения с помощью теорем Фредгольма.

2. С помощью метода последовательных приближений сделать пять последовательных приближений к решению. Исследовать сходимость метода в метриках пространств $C[a, b]$ и $L_2[a, b]$, составив соответствующие таблицы (особенности вычисления норм и вид таблиц объяснялся на паре). Последовательные приближения проводить вне зависимости от того, выполняются ли достаточные условия сходимости или нет.

3. Получить решение уравнения посредством сведения к системе линейных алгебраических уравнений (у всех уравнений вырожденные ядра).

2. Задачи для уравнения Вольтерры. Для уравнения Вольтерры второго рода:

$$y(x) = \lambda \int_a^x K(x, t)y(t)dt + f(x), \quad x \in [a, b],$$

с помощью метода последовательных приближений сделать пять приближений к решению. На одном рисунке построить графики всех последовательных приближений на промежутке $[a, b]$. На рисунке либо привести легенду (какая кривая к какому приближению относится), либо надписать графики соответствующих приближений. Рисунки можно распечатать и вложить в листок с контрольными работами, либо можно послать мне по адресу gera1983k@bk.ru. Возникающие вопросы можно задавать устно или тоже присылать по почте.

Вариант 1. $K(x, t) = 2x^2t + 3, \quad f(x) = 1, \quad a = 0, b = 1, \quad \lambda = 1.$

Вариант 2. $K(x, t) = t + 3x, \quad f(x) = x, \quad a = 0, b = 1, \quad \lambda = 2.$

Вариант 3. $K(x, t) = x, \quad f(x) = x, \quad a = 0, b = 2, \quad \lambda = -1.$

Вариант 4. $K(x, t) = t^2 + x^2 + 3, \quad f(x) = x, \quad a = 0, b = 1, \quad \lambda = 11.$

Вариант 5. $K(x, t) = \sin(t + 3x), \quad f(x) = \cos(x), \quad a = 0, b = \pi, \quad \lambda = -1.$

Вариант 6. $K(x, t) = \sin(t - x), \quad f(x) = 1, \quad a = -\pi, b = \pi, \quad \lambda = 1/2.$

Вариант 7. $K(x, t) = x^2t^2, \quad f(x) = x, \quad a = 0, b = 1, \quad \lambda = 1/2.$

Вариант 8. $K(x, t) = t, \quad f(x) = 2x + 1, \quad a = 0, b = 1, \quad \lambda = -1.$

Вариант 9. $K(x, t) = x + 1, \quad f(x) = 1, \quad a = 0, b = 2, \quad \lambda = 1.$

Вариант 10. $K(x, t) = t^2, \quad f(x) = x, \quad a = 0, b = 1, \quad \lambda = 1/2.$

Вариант 11. $K(x, t) = t + 3x, \quad f(x) = -x + 1, \quad a = 0, b = 4, \quad \lambda = 1.$

Вариант 12. $K(x, t) = t - x, \quad f(x) = 1 + x^2, \quad a = -1, b = 1, \quad \lambda = 1.$

Вариант 13. $K(x, t) = 2, \quad f(x) = x, \quad a = 0, b = 1, \quad \lambda = 1.$

Вариант 14. $K(x, t) = 3x, \quad f(x) = -1, \quad a = 0, b = 4, \quad \lambda = 1.$

Вариант 15. $K(x, t) = xt, \quad f(x) = 1 + x, \quad a = -1, b = 1, \quad \lambda = 2.$

Вариант 16. $K(x, t) = 2x + 1, \quad f(x) = x, \quad a = 0, b = 1, \quad \lambda = 1.$

Вариант 17. $K(x, t) = 3xt, \quad f(x) = -1, \quad a = -1, b = 2, \quad \lambda = 1.$

Вариант 18. $K(x, t) = xt + t, \quad f(x) = 1 + x, \quad a = -1, b = 1, \quad \lambda = -2.$