

**ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ПО КУРСУ "ВАРИАЦИОННОЕ
ИСЧИСЛЕНИЕ И ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ"**

ЧАСТЬ I. ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

(5 семестр 2017 – 2018 уч. года, направление "010900: Прикладные
математика и физика")

Лектор: к.ф.-м.н., доцент Г. В. Кривовичев

1. Метрические и нормированные пространства. Сходимость. Полнота [2, Гл. II, §1–3]
2. Функционалы в нормированных пространствах. Непрерывность. Дифференциал Фреше. Первая вариация. Дифференциал Гато [2, Гл. IV, §1, Гл. X, §1; 5, Гл. 1, §3]
3. Примеры дифференцируемых интегральных функционалов. Представление первой вариации [5, Гл. I, §4]
4. Второй дифференциал Фреше. Вторая вариация. Вторая вариация интегрального функционала [2, Гл. X, §1; 5, Гл. I, §5–6]
5. Экстремум функционала. Необходимые условия экстремума в терминах первой и второй вариаций [2, Гл. X, §3; 5, Гл. I, §7]
6. Основная задача вариационного исчисления. Лемма Дюбуа — Раймона. Необходимое условие экстремума в интегральной форме [5, Гл. II, §9–10]
7. Основная задача вариационного исчисления. Лемма Лагранжа. Необходимое условие экстремума в дифференциальной форме. Регулярные экстремали [5, Гл. II, §9–10]
8. Случай интегрируемости уравнения Эйлера [7, Гл. I, §2]
9. Задача о брахистохроне. Постановка задачи и нахождение экстремалей [7, Гл. I, §2]
10. Основная задача вариационного исчисления для функционала, зависящего от нескольких функций [5, Гл. 3, §14]
11. Основная задача вариационного исчисления для функционала, зависящего от производных высших порядков [5, Гл. 3, §15]
12. Основная задача вариационного исчисления в параметрической форме. Инвариантность уравнений Эйлера [6, Гл. 1, §5]
13. Основная задача вариационного исчисления в параметрической форме. Уравнения Эйлера в форме Вейерштрасса. Геометрический смысл [6, Гл. 1, §5]
14. Поле экстремалей. Условие Якоби. Уравнение Якоби [7, Гл. 3, §1]
15. Функционал (интеграл) Гильберта. Равенство Кнезера. Доказательство независимости от пути интегрирования [5, Гл. 6, §24]
16. Функционал (интеграл) Гильберта. Функция Вейерштрасса. Условие Вейерштрасса [7, Гл. 3, §2]
17. Условие Лежандра [7, Гл. 3, §2]
18. Каноническая форма уравнений Эйлера. Первый интеграл [7, Гл. 3, §3]
19. Интегрирование канонической системы. Скобки Пуассона [3, Ч. II, Гл. XI, §3]
20. Интегрирование канонической системы. Уравнение Гамильтона — Якоби [3, Ч. II, Гл. XI, §3; 7, Гл. 3, §3]
21. Теорема Нётер [1, Гл. 4, §16]
22. Приложения в механике. Принцип Гамильтона — Остроградского. Законы сохранения [1, Гл. 4, §17–18]
23. Задачи с подвижными концами. Случай гладких экстремалей. Условия трансверсальности [4, Гл. 2, §2.2.1]

24. Задачи с подвижными концами. Случай негладких экстремалей. Условия Вейерштрасса — Эрдмана [4, Гл. 2, §2.2.2]
25. Задачи на условный экстремум. Случай голономных связей. Уравнения Лагранжа первого рода [4, Гл. 3, §3.1; 7, Гл. 4, §1]
26. Задачи на условный экстремум. Случай неголономных и интегральных связей [4, Гл. 3, §3.2]
27. Принцип оптимальности. Функция Беллмана. Уравнение Беллмана. [8, Гл. 7, §1]
28. Алгоритм построения оптимального управления. Уравнение Беллмана как достаточное условие экстремума.
29. Условия экстремума интегрального функционала и динамическое программирование.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Гельфанд И. М., Фомин С. В. — Вариационное исчисление. М.: ФИЗМАТЛИТ, 1961 г. 227 с.
2. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. — Элементы теории функций и функционального анализа. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006 г. 572 с.
3. Маркеев А. П. — Теоретическая механика. Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2001 г. 592 с.
4. Пантелеев А. В. — Вариационное исчисление в примерах и задачах. М.: Высшая школа, 2006 г. 272 с.
5. Ракин Л. В. — Введение в вариационное исчисление. СПб: Изд-во СПбГУ, 2000 г. 103 с.
6. Цлаф Л. Я. — Вариационное исчисление и интегральные уравнения. М: Наука, 1970 г. 192 с.
7. Эльсгольц Л. Э. — Вариационное исчисление. М.: ЛКИ, 2008 г. 208 с.
8. Егоров А. И. — Основы теории управления. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007 г. 504 с.