

## ЗАНЯТИЕ № 7. ВАРИАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ НА УСЛОВНЫЙ ЭКСТРЕМУМ

1. Найти экстремум функционала

$$\mathcal{I}(y_1, y_2) = \int_0^1 \sqrt{1 + (y_1'(x))^2 + (y_2'(x))^2} dx,$$

при ограничении

$$x + y_1(x) + y_2(x) = 0,$$

если  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$  удовлетворяют следующим условиям:

$$y_1(0) = -1, \quad y_2(0) = 1, \quad y_1(1) = 0, \quad y_2(1) = -1.$$

2. Найти экстремум функционала

$$\mathcal{I}(y_1, y_2) = \int_0^1 ((y_1'(x))^2 + (y_2'(x))^2) dx,$$

при ограничении

$$y_1'(x) = y_2(x),$$

если  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$  удовлетворяют следующим условиям:

$$y_1(0) = 2, \quad y_2(0) = 0, \quad y_1(1) = 2 \cosh(1), \quad y_2(1) = 2 \sinh(1).$$

3. Найти экстремум функционала

$$\mathcal{I}(y) = \int_0^\pi y(x) \sin(x) dx,$$

при ограничении

$$\int_0^\pi (y'(x))^2 dx = \frac{3\pi}{2},$$

если  $y(x)$  удовлетворяет следующим условиям:

$$y(0) = 0, \quad y(\pi) = \pi.$$