ЗАДАНИЕ № 3 (задачи 1–10). РЕШЕНИЕ НАЧАЛЬНО-КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ СТРУНЫ

Рассматривается начально-краевая задача для уравнения колебаний струны:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad x \in (0, L), \quad t \in (0, +\infty),$$

$$u(0, x) = f(x), \quad \frac{\partial u(0, x)}{\partial t} = g(x), \quad x \in [0, L],$$

$$u(t, 0) = \alpha(t), \quad u(t, L) = \beta(t), \quad t \in [0, +\infty).$$

Полагая $a = 1$, $L = 20$, $T = 20$, решить указанную задачу численно с помощью метода конечных разностей, используя заданные в условии функции $f(x), g(x), \alpha(t), \beta(t)$.

Расчеты произвести, пользуясь явной разностной схемой второго порядка аппроксимации. Расчеты производить на пространственных сетках из 200 и 2000 узлов. Шаг по времени выбрать, руководствуясь условием устойчивости. Представить графики численного решения в моменты времени: $t = 2.5, 5, 7.5, 10, 12.5, 15, 17.5$, а также представить график решения как поверхности в пространстве (x, t, u).

ЗАДАНИЕ № 3 (задачи 11–20). РЕШЕНИЕ НАЧАЛЬНО-КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Рассматривается начально-краевая задача для уравнения теплопроводности:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + g(t, x), \quad x \in (0, L), \quad t \in (0, +\infty),$$

$$u(0, x) = f(x), \quad x \in [0, L],$$

$$u(t, 0) = \alpha(t), \quad u(t, L) = \beta(t), \quad t \in [0, +\infty).$$

Полагая $a = 1$, $L = 20$, $T = 20$, решить указанную задачу численно с помощью метода конечных разностей, используя заданные в условии функции $f(x), g(t, x), \alpha(t), \beta(t)$.

Расчеты произвести, пользуясь явной разностной схемой. Расчеты производить на пространственной сетке из 100 узлов. Шаг по времени выбрать, руководствуясь условием устойчивости. Представить графики численного решения в моменты времени: $t = 2.5, 5, 7.5, 10, 12.5, 15, 17.5$, а также представить график решения как поверхности в пространстве (x, t, u).