

Вопросы к экзамену по геометрии
I семестр 2021–2022 уч. год

1. Определители второго порядка. Определение и свойства, связь с системами линейных уравнений.
2. Определители третьего и больших порядков. Определение и свойства.
3. Система трех линейных уравнений с тремя неизвестными (случай ненулевого определителя).
4. Закрепленные и свободные векторы. Коллинеарность и компланарность. Проекция вектора на ось.
5. Линейные операции над векторами.
6. Линейные комбинации и линейная зависимость векторов. Необходимое и достаточное условие линейной зависимости. Линейная зависимость охватывающей системы.
7. Условия линейной зависимости векторов на плоскости и в пространстве.
8. Базис. Разложение по базису. Координаты вектора. Аффинная система координат и координаты точки. Ортонормированный базис и прямоугольная система координат.
9. Деление отрезка в данном отношении. Центр тяжести системы точек. Барцентрические координаты.
10. Скалярное произведение и его свойства. Запись в ортонормированном базисе. Вычисление угла между векторами.
11. Ориентированная площадь и ее свойства, ориентация пары векторов и ее геометрический смысл. Площадь параллелограмма в ортонормированном базисе.
12. Ориентированный объем в ориентированном пространстве.
13. Векторное и смешанное произведения векторов.
14. Векторное и смешанное произведения в прямоугольных координатах.
15. Формула двойного векторного произведения и тождество Якоби.
16. Замены координат. Матрица перехода к другому базису. Связь координат в новом и старом базисах. Композиции замен.
17. Прямоугольные системы координат и ортогональные матрицы.
18. Углы Эйлера.
19. Полярные, сферические и цилиндрические координаты.
20. Алгебраические кривые.
21. Прямая на плоскости. Параметрическое, каноническое и общее уравнения прямой на плоскости.
22. Уравнение прямой в отрезках. Векторное уравнение прямой.
23. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Уравнение прямой в полярных координатах.
24. Взаимное расположение двух прямых на плоскости.
25. Полуплоскости, связанные с линейным уравнением.
26. Пучок прямых на плоскости. Условие принадлежности прямой пучку.
27. Прямая на плоскости в прямоугольной системе координат.
28. Параметрическое и общее уравнения плоскости.
29. Уравнение плоскости в отрезках. Векторное уравнение плоскости.
30. Взаимное расположение плоскостей в пространстве.
31. Пучки и связки плоскостей.
32. Плоскость в прямоугольной системе координат.
33. Прямая в пространстве.
34. Угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, расстояние между скрещивающимися прямыми, расстояние от точки до прямой в прямоугольной системе координат.
35. Геометрические определения эллипса, гиперболы и параболы.
36. Директориальное свойство конических сечений.
37. Эллипс, гипербола и парабола как конические сечения.

38. Аналитическое определение эллипса. Эквивалентность аналитического и геометрического определения.
39. Аналитическое определение гиперболы. Эквивалентность аналитического и геометрического определения.
40. Аналитическое определение параболы. Эквивалентность аналитического и геометрического определения.
41. Фокальный параметр.
42. Полярные уравнения коник.
43. Параметрические уравнения эллипса и гиперболы.
44. Общая теория кривых второго порядка. Квадрики. Собственные числа и собственные векторы матрицы Q .
45. Приведение уравнения кривой второго порядка к виду (1)–(3).
46. Теорема о приведении уравнения второй степени к каноническому виду.
47. Инварианты многочлена второй степени. Определение типа квадрик.
48. Полуинвариант.
49. Определение канонического уравнения по инвариантам.
50. Распадающиеся кривые.
51. Центры кривых второго порядка. Связь с центром симметрии.
52. Центры кривых второго порядка. Теорема о существовании и единственности центра.
53. Асимптотические направления кривых второго порядка.
54. Диаметры кривых второго порядка.
55. Сопряженные диаметры и направления.
56. Главные диаметры и направления.
57. Касательная к кривой второго порядка. Уравнение касательной.
59. Оптические свойства эллипса и гиперболы.
60. Оптическое свойство параболы.
61. Аффинные преобразования плоскости и пространства. Их свойства. Теорема о единственности аффинного преобразования.
62. Аффинные преобразования плоскости и пространства. Связь координат точки и ее образа. Площади и объемы.
63. Движения и изометрические преобразования. Движения плоскости.
64. Движения пространства.
65. Подобие и гомотетия.
66. Поверхности второго порядка. Собственные числа и собственные векторы матрицы Q .
67. Приведение уравнения поверхности второго порядка к виду (1)–(5).
68. Канонические уравнения поверхностей второго порядка. Единственность канонического уравнения поверхности.
69. Эллипсоид. Его сечения. Двуполостный гиперboloид.
70. Однополостный гиперboloид. Прямолинейные образующие однополостного гиперboloида.
71. Параболоиды и их свойства. Прямолинейные образующие гиперболического параболоида.
72. Конус. Коническая поверхность над кривой. Коническая поверхность над эллипсом. Цилиндры и их образующие.
73. Центры поверхностей второго порядка.
74. Пересечение поверхности второго порядка с прямой. Сопряженная диаметральная плоскость.
75. Касательная прямая и касательная плоскость к поверхности второго порядка. Связь касательной плоскости с прямолинейными образующими.
76. Определение вида и расположения поверхности второго порядка.

Определения

1. Линейные операции над векторами.
2. Скалярное произведение векторов и его свойства. Вычисление в прямоугольной системе координат угла между векторами.
3. Векторное произведение векторов и его свойства. Вычисление векторного произведения в ортонормированном базисе.
4. Смешанное произведение векторов и его свойства. Вычислительные формулы в прямоугольной системе координат.
5. Вычисление в прямоугольной системе координат угла между прямыми, расстояния от точки до прямой, угла между прямой и плоскостью, расстояния между скрещивающимися прямыми.
6. Общее, параметрическое и каноническое уравнения прямой. Уравнение прямой в отрезках. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Векторное уравнение прямой. Общее и параметрическое уравнения плоскости. Уравнение плоскости в отрезках. Векторное уравнение плоскости.
7. Эллипс, гипербола, парабола. Аналитическое и геометрическое определения, свойства.
8. Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду и определение типа кривой и канонической системы координат. Инварианты. Полуинвариант.
9. Основные виды поверхностей второго порядка (эллипсоиды, гиперboloиды, конусы, цилиндры).
10. Приведение уравнения поверхности второго порядка к каноническому виду и определение типа поверхности и канонической системы координат.

ЗАМЕЧАНИЕ. Незнание любого из последних десяти вопросов равносильно получению неудовлетворительной оценки на экзамене.