

**Мартынова И.В.**

Санкт-Петербургский государственный университет

## **Краткосрочное прогнозирование индекса Доу-Джонса на основе авторегрессионной модели**

*Рекомендовано к публикации доцентом Евстафьевой В.В.*

**Введение.** В статье строится краткосрочный прогноз первого в истории фондового индекса - индекса Доу-Джонса [1]. Рассматриваемый индекс - это усредненный показатель динамики рыночной цены обращающихся на Нью-Йоркской бирже ценных бумаг 30 крупных компаний (Microsoft Corp., General Motors Corp. и т.д.). В американской и мировой экономике индекс Доу-Джонса является основным индикатором, который обуславливает укрепление или ослабление доллара относительно других валют, поэтому исследование динамики индекса Доу-Джонса актуально по настоящее время. Исследование индекса активно зарубежом [2], среди отечественных ученых анализ долгосрочной динамики индекса Доу-Джонса проводил П.Ф. Андрукович [3].

**Постановка задачи.** Рассматривается временной ряд, составленный из 294 верхних значений индекса Доу-Джонса, взятых за год, а именно, за период с 14 ноября 2005 г. по 13 ноября 2006 г. (значения являются ежедневными, в недели 6 дней торгов). Данные взяты с сайта <http://www.finam.ru/analysis/export/default.asp>. Целью работы является на основе имеющихся данных построение модели, адекватно описывающей динамику индекса Доу-Джонса, расчет прогноза на 5 рабочих дней и сравнение точечного прогноза с фактическими значениями, которые не используются для построения модели.

**Основные результаты.** Предварительный анализ данных заключается в определении тренда в исходном ряде, однако крайне редко его можно выделить из временного ряда [4]. Коэффициент детерминации для трендовых (линейной и квадратичной) моделей оказался достаточно низкий  $R^2 \leq 0,71$ , что свидетельствует о слабой аппроксимации (принято считать достаточным для качества модели  $R^2 \geq 0,75$ ). Поэтому не будем использовать указанные модели для прогноза тенденции, так как прогноз может оказаться недостоверным.

Известно [5], что структуру временного ряда выявляют на основе автокорреляционной (АКФ) и частной автокорреляционной (ЧАКФ) функций. Построив их графики в программе Statistica 6.0, получили, что АКФ (Рис.1) экспоненциально убывает, а ЧАКФ (Рис.2) имеет резко выделяющееся значение для первого лага. Это означает [6], что необходимо рассматривать авторегрессионную модель 1-го порядка ( $AR(1)$ ).

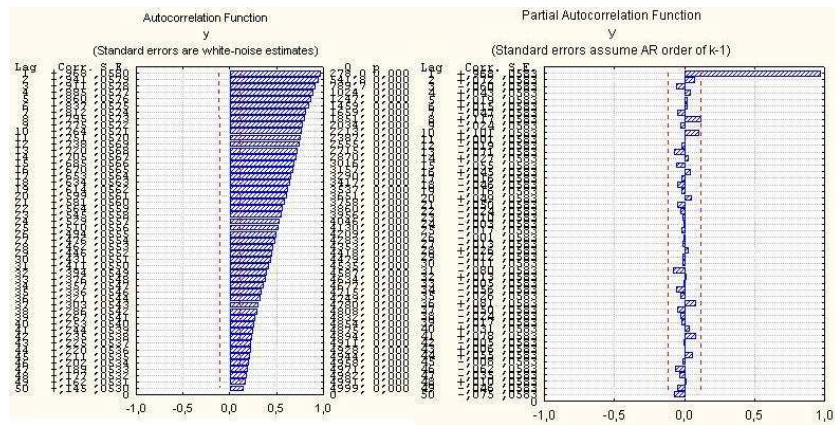


Рис. 1. График АКФ и ЧАКФ

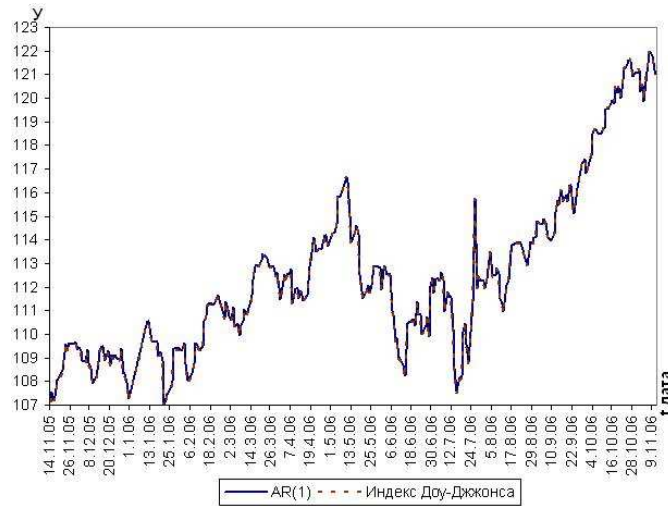
В исходном ряде присутствует линейная зависимость между значениями исходного ряда и значениями того же ряда, сдвинутыми на 1 лаг [4], т.к. коэффициент автокорреляции 1-го порядка значим и является наибольшим, а именно ( $R(1) = 0,9813...$ ).

Модель  $AR(1)$  выглядит следующим образом:

$$Y_t = 1,4405 + 0,9876 \cdot Y_{t-1} \quad (1)$$

коэффициенты оценены по методу наименьших квадратов (МНК) [7].

Рассмотрим уровень значимости  $\lambda = 0,05$ . По F-критерию Фишера рассчитанная статистика  $F \approx 7579$ , а табличное значение  $F_{tab} = F(0,05; 1; 292) = 3,87$ . Поскольку  $F > F_{tab}$ , можно сделать вывод о значимости уравнения регрессии по данному критерию на заданном уровне значимости. По критерию Стьюдента свободный член незначим на выбранном выше уровне значимости, поэтому, его можно принять за ноль. Однако, из экономических соображений в



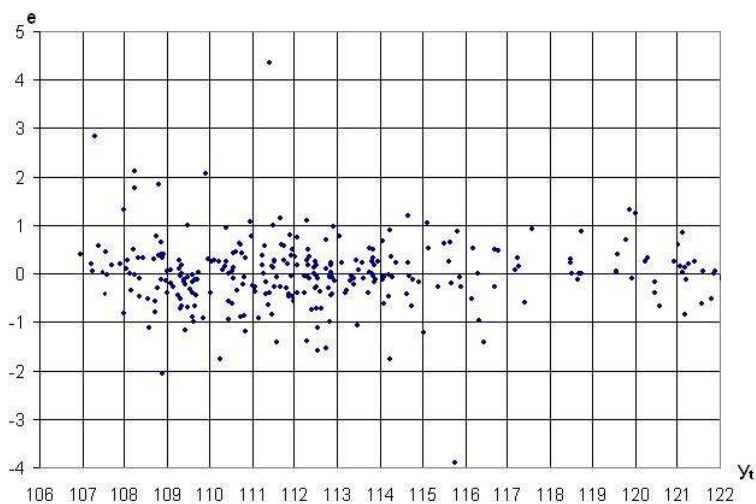
**Рис. 2.** Графики AR(1) со свободным коэффициентом и динамики индекса Доу-Джонса

модели крайне редко свободный член не учитывается, даже если он незначим [10]. Вначале проанализируем модель (1) со свободным членом, а затем без него.

Значение средней относительной ошибки аппроксимации [11] ( $\bar{\varepsilon} \approx 0,417\%$ ) говорит о достаточно высоком уровне точности построенной модели. Коэффициент детерминации равен 0,963. Следовательно, построенная модель аппроксимирует исходные данные на 96,3%, остальные 3,7% приходятся на ошибки.

При анализе остатков рассматриваемой модели (1) на принятом уровне значимости получили следующие результаты: средняя величина остатков близка к нулю и равна  $2 \cdot 10^{-14}$ ; ряд остатков подчиняется нормальному распределению. Не прослеживается направленность в расположении остатков (Рис.4), что говорит о наличии гомоскедастичности [10].

Тест h-Дарбина [10] выявил, что автокорреляция между соседними уровнями ряда остатков отсутствует, так как  $-1,96 < h < 1,96$  ( $h = -0,0767$ ). По критерию, основанному на медиане выборки [12], ряд остатков случаен, т.к.  $\nu(n) > 129,2538$   $\tau_{max} < 8,1455$ , где  $\nu(n) = 145$   $\tau_{max} = 7$ ,  $n=293$ . Подводя итоги по анализу остатков,



**Рис. 3.** График остатков

можно сделать вывод, что ряд остатков представляет собой "белый шум"]. Следовательно, теоретические значения хорошо аппроксимируют фактические значения индекса, и построенную модель возможно использовать для прогноза.

AR(1) без свободного члена представлена в следующем виде:

$$Y_t = 1,0004 \cdot Y_{t-1} \quad (2)$$

В модели (2) коэффициент детерминации равен 0,96.... Показатель  $\bar{\varepsilon} = 0,418...%$  говорит о достаточно высоком уровне точности рассматриваемой модели. Исследуя остатки на выбранном уровне значимости, выявили, что средняя величина ошибок близка к нулю и равна  $1,5 \cdot 10^{-3}$ , по ранговому критерию Спирена [12] дисперсия гомоскедатична, в остатках отсутствует зависимость между соседними значениями ряда остатков, ряд случаен. Предпосылки регрессионного анализа выполняются, что свидетельствует о том, что остатки являются "белым шумом". Следовательно, модель (2) можно использовать для прогноза.

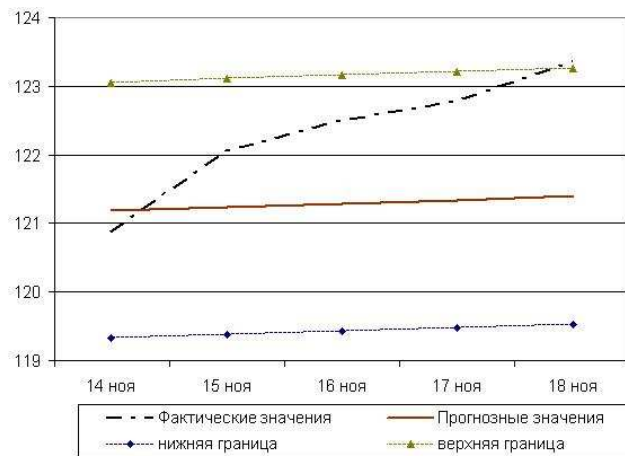
Сравним модели (1) и (2) по статистическим критериям. Остаточная дисперсия для моделей (1) и (2) значительно не различается. По информационному критерию Шварца [10] результат аналогичный, т.к. для модели (1) статистика  $SC = -0,2921...$ , а для модели

(2) статистика  $SC = -0,2901\dots$ . Хотя модели практически не различаются, для прогноза будем использовать модель (2), т. к. на прогноз модели (1) свободный член будет оказывать отрицательное воздействие. Построим точечные и интервальные (на 99% уровне надежности) прогнозы по модели (2).

При прогнозировании существует подход [13], когда модель проверяют на адекватность и точность на фактических данных, не использованных при построении модели.

**Таблица.** Прогноз индекса Доу-Джонса

Дата	Фактические значения	Прогнозные значения	остатки	Нижняя граница	Верхняя граница
4.11.2006	120,8762	121,1878	-0,3116	121,1238	121,3553
15.11.2006	122,0584	121,2395	0,8189	121,1755	121,4071
16.11.2006	122,5005	121,2913	1,2092	121,2273	121,4589
17.11.2006	122,7796	121,3432	1,4364	121,2792	121,5109
18.11.2006	123,3655	121,395	1,9705	121,3309	121,5628



**Рис. 4.** График прогноза

Оценивая остатки на контрольной выборке получили: ошибка аппроксимации равна 0,947, что свидетельствует о хорошей точности модели. Однако видно (Рис.5), что не удалось уловить тенденцию динамики индекса Доу-Джонса.

**Заключение.** Рассмотрев две авторегрессионные модели (1) и (2), пришли к выводу, что модель вида (1) предпочтительнее использовать для прогноза, т.к. остатки удовлетворяют предпосылкам

регрессионного анализа, данная модель имеет высшую точность аппроксимации, наилучшая по критериям Николаевой и Шварца.

Тенденция прогнозных значений представленные в Табл.1 не совпадает с тенденцией исходного ряда. Можно предположить, что ошибка в тенденции появилась в следствие, полученной по МНК несмещенной оценки коэффициента при  $Y_{t-1}$ . И для улучшения модели необходимо прибегнуть к другим методам получения оценок коэффициентов авторегрессионной модели, например, к методу инструментальных переменных либо к методу максимального правдоподобия.

## Литература

1. Андрукович П. Индекс Доу-Джонса. История и сценарий роста. // Аналитическое обозрение АЭИ ПРАЙМ - ТАСС, 1998. №42, 43.
2. Brok W., Lakonishok S., LeBaron B. Simple technical trading rules and the stochastic properties of stock returns // The Journal of finance. vol XLVII №5, December, 1992. P. 1731–1764.
3. Андрукович П. Долгосрочная и среднесрочная динамика индекса Доу-Джонса. // Проблемы прогнозирования Индекс Доу-Джонса. 2005. №2. с. 46-62.
4. Кремер Н.Ш., Путко Б.А. Эконометрика. - М.: ЮНИТИ, 2002. 311с.
5. Кендэл М. Временные ряды. М.: Финансы и статистика, 1981. 199 с.
6. Электронный учебник по статистике. Москва, StatSoft. WEB. <http://www.statsoft.ru/home/textbook/default.htm>
7. Анализ авторегрессий. Сборник статей. Под ред. Ю. П. Лукашина. М., "Статистика", 1978. 232 с.
8. Эконометрика: Учебник // Под ред. Елисеевой И.И. - М.: Финансы и статистика, 2006. 576 с.