Сведение дифференциальных уравнений к полиномиальной форме методом дополнительных переменных

Идея сведения обыкновенных дифференциальных уравнений к полиномиальной форме восходит к А.Пуанкаре [1, гл. XVI, XVII]. В этой работе он утверждал, что "всякое дифференциальное уравнение, [при известных условиях], может быть представлено в форме $dx_1 / dt = X_1, ..., dx_n / dt = X_n$, где все X_i - целые многочлены", и предложил метод получения такого представления исходного уравнения при помощи введения дополнительных переменных.

В дальнейшем введение дополнительных переменных применялось различными авторами для сведения конкретных систем ОДУ к полиномиальной форме (см., например, [2,3]), а в работе [4] были предложены условия, обеспечивающие возможность сведения к полиномиальной форме методом дополнительных переменных (МДП) нелинейных систем ОДУ общего вида.

В [5] были получены необходимые и достаточные условия применимости МДП к полным системам уравнений в частных производных и, в частности, к системам ОДУ. Коротко говоря, эти условия заключаются в том, что правые части уравнений являются суперпозициями функций многих переменных, которые сами являются решениями каких-то полных систем с полиномиальными по неизвестным и независимым переменным правыми частями. Тем самым, можно считать решенной проблему Вейерштрасса и для таких систем дифференциальных уравнений. Ранее она была решена в [4] для задачи N тел и для полиномиальных систем ОДУ.

Наконец, в [6] получены алгоритм и программа (в рамках пакета Mathematica) сведения к полиномиальной форме полных систем и, в частности, систем ОДУ, если они удовлетворяют упомянутым выше н. и д. условиям.

Литература

[1] Пуанкаре А. О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями / / Пер. с франц. М. ОГИЗ, 1947. 392с.
[2] Мерман Г.А. О представлении общего решения задачи трех тел сходящимися рядами // Бюлл. ИТА АН СССР. Наука. 1958. Том 6. № 10. С. 713-.
[3] Кривов А.В.,Чернышева Н.А. Интегрирование уравнений движения низкого ИСЗ методом рядов Тейлора. // Кинематика и физика небесных тел. Т.6. № 2. 1990. С. 13-16.
[4] Бабаджанянц Л.К. Продолжаемость и представление решений в задачах небесной механики // Труды ИТА АН СССР. Наука. 1978. Вып. XII. С. 3-45.
[5] Бабаджанянц Л.К. Метод дополнительных переменных // Вестник Санкт-Петербургского университета. Сер.10. 2010. Вып. 1. С. 3-11.
[6] Бабаджанянц Л.К., Брэгман К.М. Алгоритм метода дополнительных переменных // Вестник Санкт-Петербургского университета. Сер.10. (В печати)