

УДК 517.925.51

Александров А.Ю., Платонов А.В., Чэнь Я. **О диссипативности некоторых классов моделей популяционной динамики** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2010. Вып. 2. С. 3–17.

В работе исследуются некоторые классы моделей динамики популяций. Эти модели описываются существенно нелинейными системами обыкновенных дифференциальных уравнений и являются обобщением классических моделей межвидового взаимодействия типа Лотки–Вольтерра. С помощью прямого метода Ляпунова устанавливаются условия равномерной диссипативности рассматриваемых систем, т. е. условия, при выполнении которых в фазовом пространстве системы существует ограниченная область, такая, что каждое решение за конечное время попадает в эту область и остается в ней при дальнейшем возрастании времени. Задачи такого рода актуальны, например, при прогнозировании изменения численности популяций различных биологических видов в процессе эволюции или при управлении биологическими системами с целью поддержания численностей популяций в заданных пределах. В статье предлагается конструктивный способ построения функций Ляпунова для исследуемых моделей. С помощью данных функций вопрос о равномерной диссипативности сводится к вопросу о существовании положительных решений у вспомогательных систем алгебраических неравенств. Проводится развитие полученных результатов и их обобщение на более широкие классы систем. В частности, изучаются модели, позволяющие учитывать достаточно сложные особенности взаимодействия между несколькими популяциями. Исследуется влияние знаков коэффициентов при слагаемых, входящих в правые части рассматриваемых систем, на получаемые условия диссипативности. Эти знаки определяются характером взаимодействия между различными популяциями в биологическом сообществе (симбиоз, комменсализм, нейтрализм, конкуренция, хищник–жертва). Для решения указанных задач устанавливается критерий отрицательности функций специального вида при достаточно больших по норме значениях аргумента функции. Кроме того, исследуются условия ограниченности решений гибридных моделей межвидового взаимодействия. Рассматриваются системы уравнений, параметры которых переключаются с одного набора значений на другой. Такое переключение может быть связано с изменением условий среды обитания популяций, например с сезонными факторами. Анализ диссипативности систем с переключениями проводится на основе построения общей функции Ляпунова для всех подсистем, определяющих гибридную систему. С помощью данной функции можно не только доказать ограниченность решений, но и получить оценку области диссипативности. Библиогр. 23 назв. Ил. 1.

*Ключевые слова:* динамика популяций, диссипативность, функции Ляпунова, гибридные системы, обобщенно-однородные функции.

УДК 532.59.032

Баринов В. А. **Распространение волн по свободной поверхности вязкой жидкости** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2010. Вып. 2. С. 18–31.

Рассмотрена задача о гравитационно-капиллярных волнах на свободной поверхности вязкой жидкости. Для плоского движения получено инвариантное динамическое условие на свободной поверхности, связывающее перепад давления и вязкие напряжения. Установлено, что при малых отклонениях свободной поверхности от положения покоя абсолютная величина касательных напряжений на порядок меньше модуля нормальных напряжений. На переднем и заднем склонах волны касательная проекция тензора скачка напряжений имеет противоположные направления. В линейном приближении найдены точное решение задачи, а также выражения для частоты, фазовой скорости и коэффициента затухания волны. Аналитически определено, что волновое движение вязкой жидкости может существовать, если отношение вязкой частоты к частоте волны для идеальной жидкости не превышает 1.31. Если

это отношение меньше 0.46, то для описания волнового движения можно применять модель слабвязкой жидкости. Для такой модели также получено решение. Из него следует, что частота (фазовая скорость) волны для слабвязкой жидкости меньше частоты (фазовой скорости) волны для идеальной жидкости, а декремент затухания совпадает с вязкой частотой, т. е. в 2 раза меньше, чем по теории Ламба. Библиогр. 13 назв. Ил. 2.

*Ключевые слова:* гравитационно-капиллярные волны, вязкая жидкость, дисперсионные соотношения.

УДК 517. 977. 58

Демьянович Ю. К., Ле Т. Н. Б. **Всплесковое разложение сплайнов эрмитова типа** // Вестн. С.-Петербур. ун-та. Сер. 10. 2010. Вып. 2. С. 32–38.

В статье рассматривается всплесковое разложение потоков и строится всплесковое (вэйвлетное) разложение пространств (вообще говоря, неполиномиальных) сплайнов эрмитова типа, при котором производные вычисляются разностями между соседними точками на сетке. Базис этих сплайнов получается из аппроксимационных соотношений при минимальной (почти везде на рассматриваемом промежутке  $(\alpha, \beta)$ ) кратности накрытия носителями базисных функций, так что сплайны относятся к классу минимальных. Строятся вэйвлетные разложения и выводятся формулы декомпозиции, реконструкции, основанные на замене производных разностными отношениями. Полученные базисные вэйвлеты имеют компактный носитель, причем добавление двух узлов ведет к увеличению размерности вэйвлетного пространства на две единицы. Как известно, в классической теории вэйвлетов остро стоит вопрос о построении вэйвлетов на отрезке  $[\alpha, \beta] \in \mathbf{R}$ ; в связи с этим заметим, что при предлагаемом подходе все построения распространяются и на случай отрезка  $[a, b] \subset (\alpha, \beta)$ : достаточно рассмотреть сужение всех обсуждаемых функций на данный отрезок. Библиогр. 9 назв.

*Ключевые слова:* всплесковое разложение, формулы декомпозиции, реконструкции, базисные вэйвлеты.

УДК 533

Егоров Н. В., Клемешев В. А., Фоменко М. Г. **Расчет электростатического поля диодной эмиссионной системы с полевым катодом** // Вестн. С.-Петербур. ун-та. Сер. 10. 2010. Вып. 2. С. 39–45.

Явление полевой электронной эмиссии с плоских поверхностей материалов на основе углерода, таких как пленка алмаза, пленки на основе нанотрубок углерода и аморфного углерода, представляет интерес как с практической точки зрения, ввиду перспективности создания плоских эмиссионных дисплеев и использования как в различных электронных приборах, так и для фундаментальной науки. Обращение к углеродным материалам в эмиссионной электронике было вызвано прежде всего возможностью их применения в условиях технического вакуума. Идеология использования углеродных волокон в полевых катодах базируется на том, что они весьма устойчивы к бомбардировке ионами остаточных газов, имеющей место в приборах с высоковольтным питанием и работающих в условиях технического вакуума; характер распыления их поверхности обеспечивает динамически устойчивую конфигурацию с наличием значительного числа эмиттирующих центров (как было установлено, в указанных условиях эксплуатации одни эмиттирующие центры прекращали свое существование, другие же образовывались вновь); они являются вакуумным материалом. Уже первые сообщения в начале 1970-х годов об электронной эмиссии углеродных материалов (а это были в основном углеродные волокна неизвестных типов) показали принципиальную перспективность таких материалов. За прошедшие годы накоплен огромный экспериментальный материал по изучению эмиссии из углеродных материалов. В связи с этим в настоящее время детальное исследование полевой эмиссии из катодов на основе углеродных нанотрубок является актуальным. В работе найдено распределение электростатического потенциала, удовлетворяющее уравнению Лапласа, для диодной эмиссионной системы. Для решения задачи используется

метод тройных интегральных уравнений, с помощью которого исходная граничная задача сводится к решению интегрального уравнения Фредгольма второго рода. Распределение потенциала найдено во всей области системы. Библиогр. 8 назв. Ил. 1.

*Ключевые слова:* полевое острие, полевая эмиссия, электронно-оптическая система, распределение электростатического потенциала.

УДК 517.977.8+519.834

Козловская Н. В., Петросян Л. А., Ильина А. В. **Коалиционное решение в задаче сокращения вредных выбросов** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2010. Вып. 2. С. 46–59.

В статье рассматривается теоретико-игровая модель экологического регулирования. Предложен механизм перераспределения затрат в случае частичной кооперации предприятий, участников игры. Процесс управления выбросами моделируется при помощи дифференциальной игры с коалиционной структурой. Предполагается, что на первой стадии коалиции не кооперируются, а действуют в собственных интересах, как в равновесии по Нэшу. На втором шаге выигрыш каждой коалиции делится между игроками по вектору Шепли, вычисленному для кооперативной игры внутри каждой коалиции. Вектора Шепли образуют PMS-вектор. Найдено коалиционное решение дифференциальной игры, результат работы – вычисление PMS-вектора. Приведено доказательство динамической устойчивости PMS-вектора. Рассматривается вопрос об устойчивости полученного решения против иррационального поведения игроков. Для задачи сокращения вредных выбросов доказано выполнение условия Д. В. К. Янга. Библиогр. 14 назв.

*Ключевые слова:* дифференциальные игры, кооперативные игры, динамическое программирование, уравнение Гамильтона–Якоби–Беллмана, коалиционное решение, вектор Шепли, равновесие по Нэшу, PMS-вектор.

УДК 519.834

Провоторов В. В. **Метод моментов в задаче гашения колебаний дифференциальной системы на графе** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2010. Вып. 2. С. 60–69.

Работа посвящена изучению вопроса отыскания граничных управляющих воздействий в задаче гашения колебательных процессов, которые описываются линейными дифференциальными уравнениями в частных производных на геометрическом графе-дереве, представляющем собой цепочку последовательно соединенных звезд. При этом используется спектральный метод анализа, основанный на достаточно глубоко разработанной спектральной теории краевых задач на графе. Первая часть статьи посвящена анализу структуры множества собственных значений соответствующей задачи Штурма–Луивилля на графе, вопросам полноты (базисности) системы собственных функций в пространстве функций с суммируемым квадратом на графе, а также условиям равномерной сходимости ряда по собственным функциям. Во второй части предложена конструктивная процедура приведения к проблеме моментов относительно успокаивающих граничных воздействий. Библиогр. 8 назв.

*Ключевые слова:* граничная задача на графе-дереве, гашение колебаний, граничное управление, метод моментов.

УДК 517.9

Прудников И. М. **Интегральные аппроксимации негладких функций, сохраняющие точки локальных экстремумов** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2010. Вып. 2. С. 70–83.

В статье приводится новый нелокальный способ аппроксимации негладких функций, в результате которого получаем дважды дифференцируемые функции, сохраняющие  $\varepsilon(D)$  стационарные точки. С помощью таких функций можно строить методы оптимизации второго порядка, сходящиеся к  $\varepsilon(D)$  стационарным точкам. Описан алгоритм оптимизации, сходящийся к стационарной точке функции  $f(\cdot)$  со сверхлинейной скоростью, т. е. имеющий скорость

сходимости более быструю, чем любая геометрическая прогрессия. Библиогр. 8 назв.

*Ключевые слова:* липшицевые функции, обобщенные градиенты, субдифференциал Кларка, интегралы Лебега, матрицы вторых производных, ньютоновские оптимизационные методы для липшицевых функций.

УДК 621.311.001.57-50:519.7

Бычков И. А. **Пакет программ SELEN для автоматизации создания математических моделей электроэнергетических систем в составе тренажеров** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2010. Вып. 2. С. 84–99.

В статье приведены уравнения математических моделей элементов электроэнергетической системы и показан способ формирования комплексной математической модели. Представлена численная схема полученной модели, реализованная в пакете программ SELEN. Дано краткое описание пакета и продемонстрировано его использование при создании тренажера электроэнергетической системы атомного ледокола «Россия». Библиогр. 6 назв. Ил. 5.

*Ключевые слова:* электроэнергетическая система, полномасштабный тренажер, электрическая сеть, токи, напряжения, потокоцепления.

УДК 519.6:004.9

Котина Е. Д. **Программный комплекс «Диагностика» для обработки радионуклидных исследований** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2010. Вып. 2. С. 100–113.

Радионуклидная диагностика – это активно развивающееся направление медицинской функциональной диагностики. С помощью данного метода возможно определение заболевания на самой ранней его стадии. Развитие радионуклидной диагностики связано не только с развитием аппаратных средств регистрации излучения и созданием новых радиофармпрепаратов, но и с разработкой математических и компьютерных методов обработки получаемой в процессе исследования информации. В статье описывается современный программный комплекс «Диагностика» для обработки медицинских радионуклидных исследований, проводимых с помощью гамма-томографа. Рассматриваются принципы работы комплекса и основные специализированные программы обработки, входящие в состав комплекса: перфузионная сцинтиграфия миокарда, перфузионная томография головного мозга, гепатохолесцинтиграфия, перфузионная сцинтиграфия легких и т. д. Данный комплекс установлен на первом отечественном цифровом двухдетекторном однофотонном эмиссионном томографе «ЭФАТОМ», который прошел технические и клинические испытания в КБ № 83 ФМБА России (г. Москва) и зарегистрирован как медицинское изделие. Библиогр. 24 назв. Ил. 10.

*Ключевые слова:* ядерная медицина, однофотонная эмиссионная томография, гамма-томограф, программный комплекс, диагностические программы.

УДК 004.627:004.932.2

Окунев В. В. **Об одном методе оптимизации фрактального алгоритма сжатия изображений** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2010. Вып. 2. С. 114–122.

Фрактальный алгоритм — один из современных алгоритмов сжатия изображений, обеспечивающий достаточно высокую степень компрессии. Использование сжатия играет важную роль не только при хранении больших объемов данных, но и при их передаче по каналам связи, когда критерий времени передачи является одним из определяющих. Однако классический фрактальный алгоритм компрессии весьма медленный даже при реализации на современных вычислительных машинах. В работе предложен метод оптимизации алгоритма, основанный на классификации блоков изображений с помощью характеристических векторов и нацеленный на упрощение и ускорение вычислений, необходимых для компрессии. Практическая реализация и эффективность разработанного алгоритма проиллюстрированы на примере конкретного изображения. Результаты приведены в сравнении с классическим алгоритмом фрактального сжатия, а также с распространенным алгоритмом сжатия изображений JPEG.

Библиогр. 6 назв. Ил. 6. Табл. 3.

*Ключевые слова:* сжатие изображений, фрактальный алгоритм, классификация блоков, оптимизация.

УДК 004.4'23

Симони М. Л. **Проект системы рефакторинга, ориентированной на программы обработки разреженных матриц** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 10. 2010. Вып. 2. С. 123–129.

Рассматривается проект системы рефакторинга, ориентированной на предметную область разработки разреженных матриц. Изучаются особенности программирования задач обработки разреженных матриц, влияющие на трудоемкость разработки. Предлагается подход, использующий технологию рефакторинга, оцениваются преимущества такого подхода и основные возможности проектируемой системы. Описываются проект реализации системы, ее основные подсистемы и их функциональность. Библиогр. 17 назв.

*Ключевые слова:* преобразование программ, рефакторинг, разреженные матрицы.

УДК 517.9

Терентьев С. В. **Об оптимизации реализации алгоритма локализации инвариантных множеств динамических систем** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 10. 2010. Вып. 2. С. 130–137.

Компьютерное моделирование динамических систем со сложным поведением траекторий является важной частью их исследования. Одна из основных характеристик динамической системы – ее инвариантные множества. Локализация инвариантных множеств позволяет выявить динамику системы. Поскольку аналитическое описание таких множеств редко бывает возможным, большое внимание уделяется разработке и реализации компьютерных методов их построения. На практике хорошо зарекомендовали себя методы, основанные на идее аппроксимации фазового пространства конечным набором многомерных ячеек и отслеживании динамики системы с помощью построения образов этих ячеек под действием системы. В статье использован метод символического образа для представления системы, а ячейки разбиения рассмотрены как интервальные вектора в пространстве соответствующей размерности, кроме того, применены методы интервальной арифметики для построения образа ячейки. Процедура адаптивного подразбиения позволила получить приближение к инвариантному множеству при стремлении диаметров ячеек к нулю. Точность построения может быть оценена через диаметр ячейки. Статья посвящена способам оптимизации алгоритма локализации инвариантных множеств. Используется распараллеливание обработки системы: приведена диаграмма с описанием, обсуждены вопросы синхронизации. Представлен способ хранения покрытия с помощью  $R$ -деревьев, влияющий на скорость работы алгоритма. В частности, это привело к увеличению скорости поиска ячейки в покрытии и тем самым к более быстрому выполнению операции пересечения образа ячейки с покрытием. Приведены примеры и сравнения различных реализаций алгоритма. Библиогр. 12 назв. Ил. 3. Табл. 1.

*Ключевые слова:* динамические системы, символический образ, интервальная арифметика, смешанные вычисления, метапрограммирование, индексные структуры для многомерных данных, распределенные вычисления.